

$\begin{array}{r} 850 \\ 6 \overline{) 5100} \\ \underline{480} \\ 300 \\ \underline{240} \\ 600 \\ \underline{540} \\ 60 \end{array}$

149
78
24
24
227

6 1294 4 2/3
 Drawing.

Kop. 6. su: 40 = Kot: 8

Kop: 9. su: 10 = Kot: 11. G.

Kop: 10. su: 50. = Kot: 13. G.

Kop: 12. su: 30 = Kot: 12. G.

Kop: 7. su: 30. = Kot: 7. G.

Kop: 7. su: 36 = Kot: 7. G.

Kop 12. su: 30 = Kot: 13.

Kop: 13. su: 20 = Kot: 14.

Kop: 6. su: 40 = Kot: 6. G.

Summa: Kop 86. su: 40 = Kot: 92. G.

Moatun. N^o 754 + 6 G. 22
 w. 98. G. 22

Sic miania Kotaj 21. G. 22

22/110 2
 96 94
 22 22
 85. 90. 92. 22.
 K. G. 23

ARYTMETYKA

PRAKTYCZNA

KROTKIM, Y ŁATWYM SPOSOBEM

PRZEZ PYTANIA

DLA WYGODY, Y UŻYWANIA

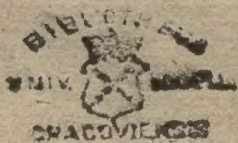
SZKOLNEY MŁODZI

ZEBRANA.



W WARSZAWIE 1775.

w Drukarni J. K. M. y Rzeczypospolitey
u XX. Scholarum Piarum.



240973

REGISTR

Rzeczy w tey Książce zawartych.

NAUKA.

*O Arytmetyce w powszechności y o liczb
podziale.*

ROZDZIAŁ I.

- O Rachunkach liczb całkowitych iednego, y różnego gatunku. Na karcie - - - 3*
- §. 1. *O Rachubie, czyli Numeracyi - tamże.*
- §. 2. *O Dodaniu liczb tak iednego, iako y różnego gatunku - - - 5*
- §. 3. *O Odciąganiu liczb tegoż samego, y różnego gatunku - - - 12*
- §. 4. *O Rozmnożeniu liczb iednego y różnego gatunku - - - 20*
- §. 5. *O Dzieleniu liczb tak iednego iako y różnego gatunku - - - 32*
- §. 6. *Zamyka w sobie ciekawe niektóre zadania, które przez pomienione proste Arytmetyki reguły ułatwiają się - 50*

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach liczb łamanych.

- §. 1. *O Liczbach łamanych w ogulności, y ich własnościach - - - 59*

REGISTR

§. 2.	O Sprowadzeniu liczb łamanych na mniejszy terminy, y o dochodzeniu ich waloru albo ceny	64	
§. 3.	O Sprowadzeniu liczb łamanych do jednego Mianownika	70	§.
§. 4.	O Sprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, y przeciwie, całkowitych na łamane; oraz o ułamkach liczby łamaney	73	§.
§. 5.	O Dodawaniu y odcąganiu liczb łamanych	76	
§. 6.	O Rozmnożeniu y podzieleniu liczb łamanych	78	§.

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

§. 1.	O Proporcji w powszechności	85	§.
§. 2.	O Regule proporcji, albo trzech pro- stey	89	§.
§. 3.	O Regule proporcji składaney porzą- dnej	96	
§. 4.	O Regule proporcji wspak obroconey prostey	99	
§. 5.	O Regule proporcji składaney wspak obroconey	102	
§. 6.	O Regule Towarzystwa	109	

R E G E S T R

	7. O Regule wiązania	-	-	116
64	§. 8. O Regule domniemania, albo założenia prostego	-	-	126
70	§. 9. O Regule dwoistego fałszywego założenia	-	-	131
73	§. 10. Zamyka w sobie rozmaite przykłady, które się przez poprzedzające reguły rozwiązuia	-	-	141

R O Z D Z I A Ł IV.

	O Wyciąganiu Sciany	-	-	154
78	§. 1. O Wyciąganiu Sciany czworogranej z liczby danej	-	-	156
	§. 2. O Wyciąganiu Sciany sześciogrannej z liczby danej	-	-	165
85	§. 3. O Wynajdowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcjonalnych	-	-	175
89	§. 4. Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się przez pomienione Reguły rozwiązuia	-	-	178

R O Z D Z I A Ł V.

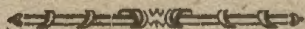
99	O Skokach liczb, czyli progressyach, y o ich Regułach.			
107	§. 1. O Progressyi Arytmetyczney y Geometryczney w powszechności	-	-	183

§. 2.

R E G E S T R

§. 2. O Skoku wolnym, czyli Arytmetycznym	186
§. 3. O Skoku prędkim, czyli Progressyi Geometryczney	183
§. 4. Zamyka w sobie niektóre ciekawe przykłady, które się przez Progressyę rozwiązuia	200
§. 5. O Skoku liczby cudownym, czyli o Regule Kombinacyi	202
Przydatek użyteczny	205

Na końcu Tablice Regestrowe.



N A U K A

O Arytmetyce w powszechności, y o liczbach podziale.

1. **C**O iest Arytmetyka?

Jest nauka o liczbie y o rachunkach. Liczba iest to wielość z iedności zebrana: iak 2. 3. 4. 5. Pięć składa się z pięciu iedności. Rachunki zaś, są to teyże liczby użycie y pożyteczność.

2. Wieloraka iest liczba?

Dwoiaka: Rzymska czyli Kościelna, y pospolita czyli Arabska.

3. Wiele liczba pospolita zamyka w sobie charakterow, czyli figur Arytmetycznych?

Liczba Arabska zamyka w sobie figur dziewięć; to iest: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. y zero, czyli cyfrę 0. która sama przez się nic nieznaczy, ale dodana do inney liczby, tyle ją dziesiątkami pomnaża, ile liczba przed nią położona, zamyka w sobie iedności. Tak n. p. (10) iedno y cyfra, znaczy dziesięć. (30) trzy y cyfra, znaczy: trzy dziesiątki, czyli trzydzieści; bo 3 przed zero położone, składa się ze trzech iedności.

4. Z wielu figur, czyli liter składa się liczba Kościelna?

Z tych siedmiu liter większych: I. V. X. L. C. D. M. I. znaczy iedno. V. znaczy pięć. X. znaczy dziesięć. L. znaczy pięćdziesiąt. C. znaczy sto. D. znaczy pięćset. M. znaczy tysiąc. Tysiąc pisze się ieszcze tak: CIO. albo tak: ∞.

A

5. Jak

5. Jak się ta liczba pomnaża?

Pomnaża się, kładąc iedną figurę po drugiej, n. p. III. znaczy: trzy. XX. znaczy: dwadzieścia. XXXVII. znaczy: trzydzieści siedm. LXX. znaczy: siedmdzieśiat. CCCXII. znaczy: trzyśta dwanaście. DC. sześćset. MCC. tyśiąc dwieście.

Umniefsza się zaś kładąc mniefszą figurę przed większą. n. p. IV. znaczy: cztery. IX. znaczy: dziewięć. XXIX. znaczy: dwadzieścia dziewięć. XL. znaczy: czterdzieści. XC. dziewięćdziesiąt. CD. ezteryśta. Pośpoliciey iednak czteryśta piszą się tak: cccc.

6. Wielorako się liczby dzieli?

Czworako. I. Na liczbę prostą y składaną. II. Na liczbę parzystą y nieparzystą. III. Na liczbę iednego, y na liczbę różnego gatunku. IV. Na liczbę całkowitą y liczbę łamaną.

Liczba prosta jest ta: która się z iedney tylko figury składa. n. p. 2. 5. 7. 8. Składana zaś jest ta: która się z kilku figur Arytmetycznych składa: n. p. 10. 20. 96. 125.

Liczba parzysta jest ta: która na dwie równe części, czyli przez dwa, spełna dzielić się może: n. p. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

Liczba nieparzysta jest ta: która się na dwie części równe spełna dzielić nie może: n. p. 3. 5. 7. 11. 13. 17.

Liczby iednego gatunku są te: które wyrażają rzeczy iednego rodzaju: n. p. same złote, same funty, same łokcie.

Liczby różnego gatunku są te: które znaczą rzeczy różnego między sobą rodzaju: n. p. złote, grosze, szelągi. Albo: dni, godziny, minuty. Albo: łokcie, ćwierci &c.

Liczba

Liczba całkowita jest ta: która mi rzecz całą wyraża: n. p. cały złoty, cały dzień, cały łokieć.

Liczba zaś łamana jest ta: która mi część tylko rzeczy jakiej wyraża: n. p. trzecią część złotego, ćwierć łokcia; y wyraża się dwoma liczbami, z których jedna pisze się nad liniiką, a druga pod liniiką: n. p. $\frac{1}{3}$ iednego złotego, waży groszy 10; $\frac{1}{4}$ iednego łokcia, znaczy iednę ćwierć łokcia.

7. Wiele jest powszechnych Arytmetyki części?

Jest ich pięć: to jest: rachuba, czyli rachowanie (Numeratio) dodanie (Additio) odciągnięcie (Subtractio) rozmnożenie (Multiplicatio) podzielenie (Divisio.) Lubo właściwie mówiąc, Numeracya nie powinna się nazywać częścią, ale początkiem y fundamentem całego Arytmetyki; bo ta w każdą Arytmetyki część wpływa, y bez niej żadna Arytmetyczna robota obeysć się nie może; bo kto dodaje, rachuje; kto liczbę rozmnaża, rachuje, y tak daley.

R O Z D Z I A Ł I.

O rachunkach liczb całkowitych iednego, y różnego gatunku.

§. I.

O rachubie, czyli Numeracyi.

1. CO jest Rachuba?

Jest wyrażenie ceny danej liczby; tak:

12. znaczy dwanaście.

A2

2. Co

2. Co trzeba wiedzieć, aby cenę daney liczby należycie wyrazić?

Nayprzód: Potrzeba wiedzieć: że każda liczba, bierze swoy walor od mieysca, na którym leży. Tak liczba położona na pierwszym mieyscu od prawey ręki, znaczy iedności. Położona na drugim, znaczy dziesiątki; na trzecim: sta; na czwartym: tyśiące; na piątym: dziesiątki tyśiący; na szóstym: sta tyśiący; na siódmym: miliony; na osmym: dziesiątki milionow; na dziewiątym: sta milionow; na dziesiątym: tyśiące milionow, y tak daley.

Powtore: Do łatwego liczby daney wyrażenia, wiele pomoże, całą owę liczbę, zaczawszy od prawey ręki, na części podzielić kryskami, tak, aby w każdej przedziałce, trzy liczby zamykały się. Po każdej takowey krysce, idą sta, z tą różnicą: iż po pierwszej krysce od prawey ręki, idą sta proste; po drugiej sta tyśiący; po trzeciej sta milionow, &c.

Potrzenie: Jeżeli liczba do zrachowania dana będzie obszernieysza, trzeba procz tego, nad każdą liczbą siódmą, zaczynaiąc zawsze rachować od liczb pojedynczych, kłaść kryskę; nad pierwszą siódmą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley. Jedna kryska będzie znaczyła miliony, dwie: biliony, trzy: tryliony, &c.

Niechay będzie liczba następuiąca dana do zrachowania:

5,925,624,970,503

Tę liczbę namienionym dopiero sposobem dzielę, y mam pięć przedziałek; że zaś piąta prze-

przedziałka ma tylko jedną figurę, znać, że tam nie masz słów y dziesiątkow. Potym nad każdą liczbą siódma kładę znak miliony; w piątey przedziałce przypadają biliony. Y tak daną liczbę wymawiam: Pięć bilionow, dziewięćset dwadzieścia pięć tysięcy milionow, sześćset dwadzieścia cztery miliony, dziewięćset siedmdziesiąt tysięcy, pięćset trzy złote.

3. Czym te miejsca napelniać, które się w wyrażeniu liczby opuszczają?

Odpowiadając: potrzeba cyframi. Tak gdy chcę wyrazić: dwa miliony, pięćset cztery tysiące, trzydzieści sześć złotych; ponieważ w tym przykładzie nie masz dziesiątkow tysięcy, y słów prostych, zaczynam na ich miejscu kładę cyfry, y tak daną liczbę piszę:

1
2,504,036

Podobnież: dwadzieścia milionow, sto trzydzieści tysięcy, czternaście złotych, chcąc wyrazić, miejsca opuszczone cyframi dopełniam, y tak piszę:

1
20,130,014

§. 2.

O dodaniu liczb, tak iednego, iako y różnego gatunku.

4. CO jest dodanie czyli Addycya?

Jest to wielu liczb w iedną summę zebranie: n. p. 2 a 3, a 5, czynią 10.

5. Jak się w Addycyi terminy zowią, y iak się układają?

1. Liczby, które mają być zbierane, zowią się liczbami danymi. Liczba zaś, która z ze-

A3

brania

brania wynika, zowie się kwota, albo summa generalna. Ze tedy summa powszechna z liczb danych, iak z części swoich istotnie składa się, ztąd wynika, iż części owe spełna w niey mieścić się powinny, tak żeby w summie powszechney, nic ani mniej, ani więcej nad nie, nie znaydowało się. Tak biorąc wspomniany przykład: w summie generalney 10, nie więcej, ani mniej nie znayduje się nad dwa, trzy y pięć, y wszystkie te części z niey odciągnąwszy, summa cała bez żadney reszty niknie.

II. Liczby dane porządnie układają się jedna pod drugą, to jest: jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami, tysiące pod tysiącami, tym końcem, żeby się tyłkące z dziesiątkami, albo z jednościami przez omyłkę niepomieszały.

III. Liczby do zebrania dane tym sposobem ułożywszy, linią je podkryślam, pod którą sumę powszechną pisać będę; czym się stanie, iż summy generalney z częściami iey nie zmieszam.

6. Jak się odprawuie Addycya?

Liczby dane, od prawey ręki zaczawszy, zbieram kolumnami do góry; to jest: najprzod zbieram jedności, y piszę pod jednościami; potym sta, y piszę pod stami, y tak daley. Jeżeli liczby z iedney kolumny zebrane, więcej wynoszą nad dziewięć, to liczbę ostatnią od prawey ręki, czyli pojedynczą, pod linią piszę, a dziesiątki razem z następującą kolumną zbieram, czyli dodaję:

Przykład 1. Chcąc wiedzieć ile lat od założenia Rzymu upłynęło; uważam, iż według Warrona, Rzym był założony na lat 753. przed Naro-

Narodzeniem Chrystusa; od Chrystusa zaś Narodzenia upłynęło lat 1775. Ukladam więc te liczby tak:

Liczby	753
dane	1775

Summa 2528.

Zbieram dane liczby, zaczynając od kolumny pierwszey liczb pojedynczych; y mówię: pięć a trzy, czynią 8, piszę te 8 pod kolumną liczb pojedynczych. Potym idę do kolumny dziesiątkow, y mówię: 7 a 5, czynią 12, piszę pod drugą kolumną 2, a i dno do następującej przetrzeżę, y mówię: 1 które się zostało, a 7 to 8, a 7, to 15, piszę pod trzecią kolumną 5, a jedno przetrzeżę do następującej kolumny; y mówię: 1 a 1, są 2, piszę pod ostatnią kolumną. Tym sposobem dane liczby w jedną sumę zebrałem, która mi czyni: dwa tysiące pięćset, dwadzieścia ośm lat. Tyle więc lat od założenia Rzymu upłynęło.

Przykład II. Chcąc wiedzieć, iak dawno świat stoi, tak sobie postępuję:

Od stworzenia świata do Potopu wyszło lat - 1656.

Od Potopu do zbudowania Kościoła Salomonowego - 1344.

Od zbudowania Kościoła Salomon: do Narodzenia Chrystusa lat - 1000.

Od Narodzenia Chrystusa do roku teraźniejszego - 1775.

Zebrane dane liczby czynią lat: - 5775.

Od stworzenia więc Świata do roku teraźniejszego, upłynęło już lat: - 5775.

Dotąd o dodawaniu liczb iednego gatunku mowi-

powiliśmy, teraz mówić będziemy o znoszeniu liczb różnego gatunku.

7. Jak się czyni Addycya w liczbach różnego gatunku?

1. Tak iako w liczbach jednego gatunku; na to tylko, procz wzwyż opisanego, co do układania liczb porządku, pomnieć jeszcze potrzeba; ażeby liczby tegoż samego gatunku porządnie iedne pod drugimi w swoich kolumnach pisane były, iako się to zaraz w przykładach pokaże.

II. Jeżeli liczby niższego gatunku zebrane, wystarczają na złożenie liczby wyższego gatunku, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich miejscu pod niższym gatunkiem piszę resztę, od złożenia wyższych liczb pozostałą, albo też cyfrę 0, lub kropkę, kiedy reszty żadney nie masz. Daymy następujący przykład:

	złote.	grosze.	szelągi.
Raz wydałem	12	- 20	- 2
Drugi raz	- 6	- 24	- 1
Trzeci raz	- 15	- 9	- 2
Summa wydatku	34	- 24	- 2

Znoszę dane liczby, zaczynając od najniższego gatunku, który tu iest szelągów; y mówię: dwa a ieden, są trzy, a dwa, to pięć. Pięć szelągów czynią grosz 1, y szelągów 2, które pod kolumną szelągów podpisuję, a grosz 1 przenoszę do groszów; y mówię: ieden grosz z zebranych szelągów, a 9, to 10, a 4, to 14, podpisuję 4 pod iednościami groszów, a dziesiątek 1 do dziesiątków przenoszę; y mówię: 1 a 2, są 3, a 2, są 5, piszę

fzę całe 54. na stronie. A że 54 groszy, czyli mi złoty 1 y groszy 24, więc 24 pod groszami podpisuję, a złoty ieden do złotych przenoszę; y mówię: 1 złoty pozostały, a 5, są 6, a 6, są 12, a 2, są 14, piszę 4 pod iednościami złotych, a ieden dziesiątek znoszę z następującą kolumną dziesiątkow; y mówię: 1, a 1, są 2, a 1, są 3, piszę 3 pod ostatnią kolumną ku lewey ręce. Wychodzi tedy summa wydanych pieniędzy następująca: złotych 34. groszy 24. szelągów 2.

8. Kiedy sciąny do zebrania dane będą bardzo długie, iak sobie ułatwić Addycyą?

Gdy sciąny do zbierania dane będą arcy długie, iak się trafia w rejestrach, ktore się pułćwiartkami zbierają, tak iż liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obić trudna, w ten czas ułatwiając sobie Addycyą, dziele sciągę iedną na kilka podziałów. Te przedziały nayprzod w summy parcyalne zbieram, a potym też summy parcyalne w iedną generalną sumnę znoszę. Oto wizerunek tego w następującym przykładzie:

złotą.	grosze.	szel.	
20	15	1	Pierwszy przedział
136	24	2	Summa parcyalna
85	10	2	z niego.
14	6	2	
9	16	-	zł. gr. sz:
12	9	1	278 22 2.
34	17	1	
16	6	2	Drugi przedział
7	-	-	Summa parcyalna
12	25	1	z niego.

10 A R Y T M E T Y K A

5	26	1			
52	20	2			
15	15	2			
64	18	1			
19	27	2		zł:	gr: fz:
6	21	-		235	29 1.

złote.	grofze.	fzel.	
43	14	1	
7	21	2	
10	5	-	
13	12	1	
4	9	1	
14	15	-	
20	10	2	
2	15	-	
			zł: gr: fzel:
			116 13 1.
631	5	1	
			Sum: general: z summ parcyalnych zeduma.

9. Jaki jeszcze być może sposób łatwego zbierania scian choćby naydłuższych?

Ten następujący: Zaczynam zwyczajnie rachować od ostatniego gatunku, y wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę krykę, lub też na innym papierze, zwłaszcza, gdy rejestra znoszę; resztę od dziesiątka pozostałą, z dalszemi liczbami dodaję. Całą kolumnę skończywszy, to co się nad ostatni dziesiątek zostało, pod tą kolumną piszę. Dziesiątkow do przeniesienia na drugą kolumnę tyle mam, ile jest krykek na papierze oznaczonych. Dziesiątki zaś proste, do dziesiątkow prostych dodaję, dziesiątki stów do stów, dziesiątki tysięcy, do tysięcy &c. Na koniec z dziesiątkow niższego gatunku, tyle liczb
wyż-

wyższego gatunku, ile można, złożywszy; re-
fztę pod kolumną dzieśiątkową podpisuję: n. p.

złote. grosze. szel.

240 24- 2

12 15- -

126- 18- 1

54 27- 2

-83 12 1

15- 9- 2

4 26 1

18- 8- -

556 22 -

Dodaę złote.

326 Liczby pozostałe
nad dzieśiątki.

23 Trzy kryłki zebra-

556 ne z pierwszej

kolumny złot:

Dwie z drugiej

kolumny złot:

10. Jaka jest Addycyi proba?

Proba Addycyi gruntowna y niezawodna,
czyni się przez Subtrakcyą, o ktorey że ie-
szcze nauki niedało się, więc tę probę niżej
wyłożemy, gdy Subtrakeyi robienia kształt
ukazany będzie.

Juni doświadczaia Addycyi przez wyrzuce-
nie kaźdey liczby dziewiątey, tak z liczb do
zebrania danych, iako y summy; ale ten spo-
sob doświadczenia, iż często bywa mylny,
dla tego się opuszcza.

Naypowfzeczniejsza Addycyi proba, i kto-
ra się w zbieraniu liczb rejestrowych pospo-
licie zachowuie, jest ta: powtorzyć z uwagą
tęż samę Addycyą, odmieniaiać tryb rachowa-
nia, to jest: zbierając kolumny z gory na dol,
ieśli się wprzod z dołu do gory zbierały. Je-
żeli taż sama summa wypadnie, znak jest do-
brze y należycie uczynioney Addycyi. Jeże-
liby zaś summa różna wypadła, to trzeba ie-
szcze ponowić Addycyą, poki się ktore sum-
my z sobą niezgodzą. Nieobiaśniamy przykła-
dem

dem tego sposobu próby, bo sam przez się jest jasny.

Innsze doświadczania Addycyi sposoby, które się w Arytmetykach znajdują, pomijamy, jako bardziey Szkolne, niż użyteczne.

§. 3.

O odciąganiu liczb tegoż samego, y różnego gatunku.

II. **C**O jest odciągnięcie czyli Subtrakcyja? Jest odciągnięcie liczby mniejszey od większey. Albo: jest wynalezienie między dwiema danemi liczbami przewyżki, czyli różnicy, którą liczba większa, liczbę mniejszą przewyższa. Na przykład: odciągając 2 od 5. Szukam takiej liczby, którą 5 y 2, między sobą różnią się; to jest: która dodana do 2, czyni 5. a odcięta od 5, czyni 2. iako w terażniejszym przykładzie jest 3.

12. Jak się terminy w Subtrakcyi zowią, y iak się kładą?

1. W Subtrakcyi ta liczba od ktorey odciągam, zowie się: większa; ta którą odciągam, zowie się: mniejsza. Liczba z odciągnięcia wypadająca, zowie się reszta, różnica, albo przewyżka. Liczby do odciągnięcia dane, obydwie iednegoż gatunku być powinny, inaczey odciągaćby się nie mogły. Liczba albowiem mniejsza jest częścią liczby większey, część zaś zawsze powinna być podobna rzeczy tey, ktorey jest częścią.

II. Liczba większa kładzie się na wierzchu; liczba zaś mniejsza, kładzie się na spodzie, zachowując w ułożeniu liczb tenże sam porządek,

rządek, co y w Addycyi; potym obydwie te liczby liniiką podkryślaią się.

13. Jak się daley robi Subtrakcyja?

I. Ułożywszy należycie liczby, odciągam, zaczawszy od końca, kolumnami, iedności od iedności, dzieśiątki od dzieśiątkow, sta od stow. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mnieysza od niższej, którą mam odciągać, w ten czas z następniącey kolumny pożyczam dzieśiątką, y tę liczbę, od ktorey pożyczalem, naznaczam dla pamięci kropką. Pożyczając od liczby wyższej, ta zmnieysza się iednym; przeciwnie zaś liczbie niższej iedno przyraſta, gdy od niey pożyczam. Gdyby zaś w rzędzie wierżchnim była cyfra, od ktorey trzebaby mi pożyczać, albo ciągiem kilka cyfer, to posiagam się aż do liczby rzeczywelney, y pożyczam iednego dzieśiątką, to jest: albo sta, albo tyśiącą; pierwsza cyfra w ten czas, od prawey ręki będzie znaczyła dzieśięć, infze zaś cyfry, aż do liczby rzeczywelney, będą znaczyły po dziewięć.

II. Odciągnawszy liczbę niższą od wyższej, gdy się nic niezostaie, przy początku rachuby od prawey ręki, kładę cyfrę 0, przy końcu zaś od lewey, kładę liniikę podługowatą.

Przykład I. Chcąc wiedzieć iak dawno w Polsce sol ziemna wynaleziona; przypominam sobie z historyi, iż była odkryta za Bolesława Wstydliwego roku P. 1251. kładę tedy na wierżchu rok terażnieyszy 1775, a na spodzie rok wzmiankowany 1251. w ten sposob:

Liczba więkſza	1775.
mnieysza	1251.

Reszta

-524-

Już

Już tedy 524. lat, iak sol w Bochni iest odkryta.

Przykład II. Złączenie Litwy z Polską zupełne y wieczyste stanęło w Lublinie za Zygmunta Augusta, roku 1569. Chcąc tedy wiedzieć wiele lat wyszło od tego złączenia, kładę w pierwszym rzędzie rok teraźniejszy 1775, a w drugim rok wspomniony tak:

Liczba więksha	1775.
mnieysza	1569.

Reszta -206.

W tym drugim przykładzie zaczynając robotę, ponieważ 9 od 5 odciągnąć nie mogę, zaczynam pożyczam dziesiątkę od następującej liczby w drugiej kolumnie, to iest od 7. które naznaczam kropką dla pamięci y mówię: 9 od 15, zostaie się 6, które pod iednościami niżey liniiki piszę. Potym mówię: 6 od 6, zostaie się nic, czyli 0, piszę tedy cyfrę pod drugą kolumną. Daley mówię: 5 od 7, zostaie się 2, piszę te dwa pod trzecią kolumną. Nakoniec mówię: 1 od 1, zostaie się nic, kładę pod ostatnią kolumną liniikę podługową, bo już więcey liczb nie mam do odciągania. Dochodzę tedy, iż już 206. lat, iak Litwa wieczyscie z Polską złączona.

14. Jeżeli liczb parcyalnych do odciagnienia z summy generalney danych będzie kilka, co na ten czas czynić potrzeba?

Na ten czas wszystkie liczby parcyalne do odciagnienia dane, wprzod w iedną sumnę zbieram, toż dopiero sumnę z nich zebraną, od summy generalney odciagam, sposobem wyż.

wyżey przepisanyin : n. p. Wziął kto na ex-
pens złotych - - - 164

Z tych wydał raz: - 25
drugi raz: - 30
trzeci raz: - 12
czwarty raz - 56

Chce wiedzieć wiele mu się jeszcze pieniędzy na expens zостаie.

Parcyalne summy zbieram wiedenę, mam zł: 123.

Teraz odciągani od summy generalney 164.
123.

Reszta pieniędzy na expens zł: -41.

Ale już podźmy do odciągania liczb różnego gatunku.

15. Kiedy liczby różnego gatunku dane będą do odciągania, iak się czyni Subtrakcyą?

Tak iak w liczbach iednego gatunku. Na to tylko baczność mieć należy, ażeby gatunki pod gatunkami, iak w Addycyi, porządnie pisane były. To uczyniwszy gatunek od gatunku odciągani, a resztę pod kolumnami swoiemi podpisuję. Ile razy zaś liczba niższa, więkksza będzie od wyższej w tym samym gatunku, a zatym odciągnąć się nie może, w ten czas z następującego wyższego gatunku, pożyczam iedności, y zredukowawszy ją na tenże sam gatunek, który odciągani, znoszę to z liczbami w tymże samym gatunku na miejscu wyższym będącemi, y dopiero od nich liczbę niższą odciągani. Jasniey w następujących przykładach to się okaże:

Przykład 1. Piotr winien Pawłowi złotych 64. gr: 12. Wyplacił mu już złot: 36. gr: 15. fzel.

szel: 2. Chcę wiedzieć ile mu jeszcze winien?
Kładę większą liczbę w pierwszey linii, a
mniejszą w drugiey, tak:

	złote.	grofze	szel.
Liczba większa:	64	12	-
Liczba mniejsza:	36	15	2
Reszta długu:	27	26	1.

W tym przykładzie, ponieważ na mieyscu wyższym w tym ostatnim gatunku, szelągów nie masz, pożyczam więc od wyższego gatunku, to jest: od groszy, grosza 1, który na 3 szelągi zredukowawszy, odciągam od nich szelągi 2 na mieyscu niższym położone, zostaje się szeląg 1, który piszę pod kolumną szelągów. Potym pomykam się do wyższego gatunku groszów. A ponieważ 5 groszy od 1. (gdyżem już od 2. iednego pożyczył) odciągać nie mogę, pożyczam dziesiątka, y mówię: 5 od 11. zostaje się 6, które piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiey kolumnie groszów, ponieważ już nic na mieyscu wyższym nie masz (gdyżem iednego dziesiątka, który tam był, już pożyczył) y iednego, które leży na mieyscu niższym, odciągać nie mogę; zaczym od kolumny złotych pożyczam złotego iednego, y sprowadzam go na groszy 30, toż ieden dziesiątek na dole leżący od 3 odciągamy, y zostaje się 2, które piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Następnie idę do złotych, y ponieważ 6 od 3 odciągnąć nie mogę (bom od 4 pożyczył 1) pożyczam od następującej kolumny złotych, dziesiątka; y mówię: 6 od 13, zostaje się 7, które piszę pod liniiką; potym: 3 od 5. zostaje

staie się 2, które także piszę pod liniiką, po-
 stępując ku lewey; y mam wypadającą resztę
 należącego długu: złotych 27. groszy 26. sze-
 łąg 1.

Przykład II. Dano mi na expens złot: 85.
 Z tych wydałem złotych 54. gr: 24. szeląg 1.
 Pragnę wiedzieć, wiele mi się jeszcze zostaje?
 złote grosze szel:

Liczba większa	85	-	-
Liczba mniejsza	54	24	1.

Reszta pieniędzy: 30 5 2.

W tym przykładzie, ponieważ summa wię-
 ksza niema groszy, ani szelągów w szczegul-
 ności wyrażonych, od którychbym grosze y
 szelągi w mniejszey liczbie położone odcią-
 gnął, przeto w summie większey od złotych,
 jednego złotego pożyczam, y redukuję go na
 groszy 30. Z tych 30 groszy, biorę znowu
 grosz 1, y redukuję go na 3 szelągi; tym
 sposobem, mam już od czego odciągać wszy-
 stkie gatunki w niższej liczbie położone; wła-
 śnie iak gdyby liczba większa tak była wy-
 rażona: dano mi złotych 84. groszy 29. sze-
 łągów 3. Potym czyni się Subtrakcyą sposo-
 bem wyżey podanym.

16. Na co jeszcze w odciąganiu wzgląd
 mieć potrzeba?

Na to: kiedy się trafi, iż summa zebrana z
 liczb danych do odciągnięcia, przewyższa sum-
 mę, od ktorey należałoby odciągać, co się
 często w rejestrach expensowych traćć zwy-
 kło; w ten czas ułożenie liczb odmieniam
 tak, żeby summa generalna drugie, mieysce
 trzymała; bo w tym razie nie szukam reszty,

ale wydatku nad samę perceptę: n. p. Wzią-
łem na expens złotych 146. groszy 15. Wy-
dałem zaś złotych 167. groszy 20.

Układam tak:	złote.	grosze
	167	20.
	146	15.

Wydałem nad perceptę: 21 5.

17. Jak się doświadcza Subtrakcyą?

Doświadczenie Subtrakcyi należyście uczy-
nioney naygruntownieysze, czyni się przez
dodanie liczby mnieyszey y różnicy, czyli
reszty, która summa liczbie większey równa
bydź powinna. W subtrakcyi albowiem liczba
mnieysza, która się od liczby większey odcią-
ga, y reszta po odciągnięciu pozostała, są dwie
części istotne, z których liczba większa, od
ktorey odciągamy, składa się. Zaczynam sum-
ma z tych dwóch części, między sobą znie-
sionych wynikająca, daney liczbie większey
we wszystkich równa bydź powinna; jeżeli
zaś z nią niezgadza się, znak jest omyłki ia-
kieyś w Subtrakcyi. Doświadczenie to zasa-
dza się na owym *Axiomacie* Geometrycznym:
Rzecz cała równa jest wszystkim swoim czę-
ściom wraz wziętym; y wszystkie części wraz
wzięte, wyrownywaia rzecz całą, ktorey są
częściami. Niech będzie przykład następujący:

	złote	grosze	szel.
Percepta - -	45	24	1.
Expensa - -	32	12	2.
Reszta - -	13	11	2.
Summa reszty z liczbą mnieyszą zniesioney:	45	24	1.

Insze Subtrakcyi proby, iako mniej potrze-
bne, pomijam. 18.

18. Jak się doświadcza Addycya przez Subtrakcyą, o czym wyżej (na kar: 11.) namieniłem?

Sposobem następującym: po uczynioney Addycyi, iedną z liczb poełynczo danych odcinam, a wszystkie insze procz niey zbieram, y od kwoty, czyli summy generalney odciągam. Reszta od summy po odciągnienu pozostała, powinna być równa we wszystkich swoich częściach, liczbie owey iedney z liczb danych odciętey, inaczey, znakby był Addycyi źle uczynioney. Racya tego doświadczenia ta jest: w Addycyi liczby do znieśienia dane, wszystkie w summie generalney zamykają się, a zatym summy owey są częściami tak, że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie jest, tylko pokazać, iż summa generalna wszystkie liczby dane spełna w sobie zamyka, a zatym liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie jest równa. To doświadczenie zasadza się na owey prawdzie niezawodney Geometryczney: Jeżeli z danych dwóch summ, lub rzeczy iakichkolwiek we wszystkim sobie równych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą równe summy lub rzeczy, reszty od nich pozostałe równe być powinny. Jako następujący przykład ukaznie y stwierdza:

	złote	grofze	szel.
Odcinam:	24	12	2.
Zbieram:	10	15	1.
	3	21	2.
Summa generalna:	38	19	2.
	B2		Zbior

złote grosze szel.

Zbior dwoch liczb

niższych: - 14 7 -

Reszta: - 24 12 2.

W tym przykładzie ze trzech liczb do zniefienia danych, odciawszy: n. p. pierwszą, a drugie dwie razem zebrane od summy generalney odciagnawszy, reszta wypadająca, liczbie pierwszej odciętey równa się zupełnie.

Przestroga. Com wyżej w Addycji powiedział, to samo teraz powtarzam, iż najlepszy y najpospolitszy sposob doświadczenia reguł Arytmetycznych należycie uczynionych jest, po uczynioney pierwszej rachubie, drugi raz onę z zupełną powtórzyć uwagą, rachując z góry na dół, jeżeli się przed tym z dołu rachowało.

§. 4.

O rozmnożeniu liczb iednego y różnego gatunku.

19. **C**O jest rozmnożenie, czyli multiplikacya?

Jest iedney liczby przez drugą pomnożenie; z ktorych liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiej mieści się iedno. Na przykład: multiplikować 3 przez 2, nic innego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę, w ktorej tyle razy mieści się 3, ile razy we 2 mieści się iedno, iaka liczba w tym razie będzie 6; bo iako iedno we 2, tak 3 w 6, dwa razy pełna zamyka się.

20. Jak się liczby, czyli terminy w multiplikacyi zowią, y iak się kładą?

W mul.

W multiplykacyi ta liczba, która się rozmnaża, zowie się: liczba rozmnożna; ta zaś, przez którą rozmnażam, zowie się: rozmnożyciel. Summa z tey multiplykacyi wynikająca, zowie się: produkt, albo *factum*. Liczba tedy rozmnożna kładzie się na wierzchu; rozmnożyciel zaś kładzie się na spodzie tak, aby iedności iednościom, dzieśiątki dzieśiątkom, stałom korrespondeowały. Potym obydwie te liczby liniiką podkryślaia się. Cyfry na końcu liczby tak rozmnożney, iako y rozmnożyciela, jeśli się iakie zayduia, można przed multiplykacją odejąć, a potym do produktu na końcu oneż przydać.

21. Jak się odprawuie multiplykacya?

1. Biore pojedynczo liczby rozmnożyciela, y przez wszystkie z osobna, rozmnażam liczby wszystkie w wyższym rzędzie położone; zaczynając mnożyć od końca, y produkt z nich wypadający niżej liniiki pod kolumnami korrespondującemi tak, iak w Addycyi piszę. Y gdy wyższą liczbę mnożę przez iedności, produkt zaczynam pisać pod kolumnami iedności, gdy przez dzieśiątki, produkt pisać zaczynam pod dzieśiątkami, gdy przez sta, to produkt zaczynam pisać pod sta-
mi, postępując coraz ku lewey ręce.

2. Jeżeli produkt dla wielu liczb w rozmnożycielu, w wielu zamyka się summach, te znowu liniiką podkryślam, y w iedną summę zbieram, która pokaże mi produkt generalny.

Przykład 1. Pytam się: Talerow bitych 45. wiele złotych Polskich uczynią? Ponieważ w iednym talerze jest złotych 8, więc przez 8 daną summę Talerow bitych rozmnażam, tak:

B 3 Liczba

Liczba rozmnożna 45.

Rozmnożyciel 8.

Produkt: - - - 360.

Zaczynam Talerów bitych 45, czynią mi złotych 360.

Przykład 2. Na jeden tydzień expensując złotych 12, chcę wiedzieć, wiele wydam za tygodni 52? Układam liczby tak:

52 Rozmnożna liczba.

12 Rozmnożyciel.

 104

52

 624 Produkt.

W tym przykładzie, podkryśliwszy ułożone liczby liniiką, zaczynam robotę od ręki prawey, y mówię: dwa razy dwa, są cztery, y kładę 4 pod kolumną jedności. *Powtore:* mówię: dwa razy pięć, są 10, piszę całe 10 pod kolumną dziesiątkow, występując iednym ku lewey ręce. *Potrzenie:* biorę drugą figurę z rozmnożyciela, która iest na mieyscu dziesiątkow; y mówię: raz dwa, są dwa; a że przez drugą figurę rozmnożyciela, daną liczbę mnożę, więc produkt w drugiey linii pisać powinienem; że zaś ta figura rozmnożyciela leży na mieyscu dziesiątkow, tedy produkt pod kolumną liczb dziesiątkowych pisać poczynam, y dwa z moltiplikacyi wypadające kładę pod cyfrą 0. *Poczwarte:* mówię: raz pięć, są 5, które pod następującą słow kolumną kładę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z rozmnożenia liczb danych, zamyka się we dwóch wierszach, przeto podkryślam ie liniiką, y do iedney

iedney summy znoszę; która na koniec pokazuje mi, że za tygodni 52, wydając na każdy złot: 12, wydam złotych: 624.

Przykład 3. Kupując 250. beczek wina, każda po trzyśta złotych, pytam wiele za wziętoko należy się?

25/0

3/00

75,000

W tym przykładzie odcinam cyfry z liczby rozmnożney y rozmnożyciela, multiplikuję tylko 25 przez 3. Mam produkt 75, do którego przydaję odcięte cyfry, y mam produkt generalny: 75000 złotych, które za 250. beczek wina wypłacić powinienem.

22. Jestże iaki inszy robienia multiplikacyi sposób?

Jest piękny y łatwy przez faktory liczby rozmnażającej. Faktory zaś iakiey liczby, są to te liczby, które wzajemnie między sobą rozmnożone, tęż samę liczbę rodzą. Tak n. p. liczba 12, ma faktory 3, y 4. albo: 6, y 2, bo te liczby między sobą rozmnożone, rodzą liczbę 12. Podobnie liczby 24, faktory są 4, y 6, albo 3, y 8, bo multiplikując 6 przez 4, wychodzi 24, a multiplikując 8 przez 3, także wychodzi 24. Zaczynam za jedno iest iaką liczbę: n. p. 36 mnożyć przez 24, iak mnożyć przez 4, a ten produkt znówu rozmnożyć przez 6, to iest: przez drugiego faktora. Łacniey zaś iest multiplikować przez iedną figurę, iak przez dwie lub więcej. Y ten iest faktorow pożytek. Niech będzie następujący przykład:

A.

A	254
B	36

1524

6 drugi faktor.

Produkt gen: 9,144.	9144
---------------------	------

Szukam faktorow liczby 36, y mam z Tablicy Pitagoresa 6, y 6, więc liczbę A rozmnazam nayprzod przez 6, a produkt: 1524. rozmnazam przez drugiego faktora 6. Y mam generalny produkt: 9144. tenże sam, iak gdybym daną liczbę razem przez 36. multiplikował.

23. Jaki iest sposob łatwego liczb multiplikowania?

Łatwego liczb danych rozmnożenia naylepszy sposob iest: umieć na palcach liczby rachować; albo mieć przed oczyma tablicę Pitagoresa.

Na palcach rąk tak się liczby rachują: każdemu palcowi daje się jedna liczba, to iest uchowemu czyli małemu, 1. serdecznemu 2. średniemu 3. skazującemu 4. wielkiemu 5; y jedna liczba rachuje się na palcach prawey ręki, a druga na lewey. Gdy zaś przyidzie choć w iedney liczbie do 6, zginam palec uchowy, gdy do 7. zginam serdeczny, gdy do 8, zginam średni, gdy do 9, zginam skazujący. Palce zgięte, znaczą dziesiątki, palce zaś proste pozostałe, znaczą jedności. Proste więc między sobą multiplikuję, y do dziesiątkow dodaję, y tak mam cały produkt. Na przykład: chcąc wiedzieć wiele czyni pięć razy siedm: w prawey ręce zginam palec uchowy y serdeczny, y mam dwa dziesiątki, resztę palców stojących multiplikuję, y mówię: trzy razy pięć (bom w lewey żadnego palca nie zgiął) są 15, dodaję do dwóch dziesiątkow, y mam 35. Podobnie chcąc wiedzieć, wiele mi czyni pięć razy dziewięć: zginam w prawey

ręce

ręce cztery palce, y mam 4 dziesiątki; proste palce moltiplikuję: raz pięć, są pięć, dodając to razem, y mam 45. Zarownie chcąc wiedzieć, wiele mi uczyni, ośm razy dziewięć. Zginam na iedney ręce zaczynając zawsze od 6, trzy palce, na drugiej 4, y mam dziesiątkow 7. palce proste pozostałe rozmnażam, mówiąc: raz dwa, są 2, znoszę to razem, y mam produkt: 72. y tak daley.

Co się zaś tycze Tablicy Pitagoresa, od swego wynalazcy tak nazwaney, oto ją masz zrobioną y tak iey używaj: Dwóch liczb zadanych, iedney z góry, drugiej z boku bierz kolumnę; owa liczba, na ktorey te dwie kolumny schodzą się, iest należyty iey produkt: n. p. gdy chcę wiedzieć, wiele mi czyni siedm razy ośm; biorę siedm w pierwszej linii gorney, a ośm w linii poboczney, ktorych liczb kolumny, że się schodzą na liczbie 56, zatym 56 iest produktem liczb danych, to iest siedmiu y ośmiu.

TABLICA PITAGORESOWA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	C.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
B	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	D.

Tablicę Pitagoresa Jan Neper, rodem Szkot dziwnym przemyśłem rozmnożył, y na ruchome Tabliczki podzielił, za których pomocą, y największych liczb multiplikacyą y dywizyą bardzo łatwo odprawić można.

24. Jaki tedy jest sposób wielkich liczb mnożenia na tablicach Nepera, y iak je robić potrzeba?

Tabliczki Nepera robią się tak: z drzewa lub mosiądzu, albo też z tektury robi się dziewięć największych tabliczek podługowatych czworogrniałych. Każda z nich rownym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratów małych. Te tabliczki znowu liniąką poprzeczną od kąta ręki prawey z góry do kąta ręki lewey nadoł, przecinaią się na dwa troygrańce, procz pierwszey tabliczki, na ktorey naturalnym porządkiem liczby piszą się, zacząwszy od 1 aż do 9, y zowią się wielorazy.

To uczyniwszy, w troygrańce na tabliczkach przez rozcięcie kwadratowe porobione, wpisuia się liczby z kolumn tablicy Pitagoresowey tak: aby liczby dziesiątkowe w wyższym troygrańcu od lewey ręki, a jedności w niższym od ręki prawey, kładzione były. A że każda podługowata takowa tabliczka jest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z tablicy Pitagoresa wpisywać: n. p. na jednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3, na czwartym kolumnę z pod 4. Tabliczki z tektury, ponieważ nie są czteroboczne, trzeba ich więcej zrobić, iak dziewięć, tym końcem, aby, gdy jedną liczbę brać przyidzie kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaleźć

się

się mogła. Tymże samym końcem, na dwóch lub trzech tabliczkach, same tylko cyfry popisać trzeba, dla zażycia ich, gdy tego potrzeba będzie. Podźmy już do ich używania.

Na wspomnianych tedy Nepera Tablicach, tak się czyni, mianowicie liczb wielkich multiplikacya. Chcąc n. p. 5836 mnożyć przez 492; biorę najprzod tabliczki: E. H. C. F. na których u wierzchu są liczby: 5.8.3.6. do rozmnożenia dane, y układam je wzduż jednę przy drugiey, tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. *Powtore*: biorę tabliczkę A z liczbami naturalnemi, y kładę ją na lewym boku tabliczek już ułożonych, na ktorey znajdują się liczby 4.9.2, z których rozmnożyciel składa się. *Potrzebie*: Poprzeczna kolumna liczby 2, która w rozmnożycielu znaczy jedności, jest produktem z multiplikacyi daney liczby 5836 przez 2. Poprzeczna kolumna liczby 9, która w rozmnożycielu znaczy dziesiątki, jest produktem daney liczby, przez drugą figurę multiplikatora 9. Poprzeczna nakoniec kolumna liczby 4, która w rozmnożycielu znaczy seta, jest produktem daney liczby przez trzecią figurę multiplikatora 4.

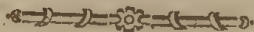
Teraz zbieram te trzy produkta, a najprzod produkt wynikający z multiplikacyi przez 2, to jest: biorę najprzod z ostatniego trojgrańca 2, y piszę ie na osobney karcie, na miejscu jedności; potym w następującym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 1 y 6, które czynią 7. piszę ie na miejscu dziesiątkow. W dalszym podługowatym kwadracie biorę 6, y piszę na miejscu setow; daley w trzecim poprzecznym kwadracie biorę 1 y 0,

co mi czyni 1, piszę go na miejscu tysięcy; naostatek z ostatniego od lewey ręki troygrańca biorę 1, y piszę go na miejscu dziesiątkow tysięcy; wychodzi mi cały produkt z moltiplicacyi danej liczby przez 2: 11672. Tymże sposobem zbieram liczby z poprzeczney kolumny 9, y mam produkt: 52524; że zaś 9 w rozmnożycielu znaczyły dziesiątki, więc ten produkt zaczynam pisać od kolumny dziesiątkow. Naostatek zbieram liczby z poprzeczney kolumny 4, y mam produkt: 23344, y zaczynam go pisać od kolumny słow, bo 4 w rozmnożycielu znaczyły sta:

11672

52524

Te trzy produkta par- 23344
 cyalne zebrawszy,
 mam nakoniec da-
 nych liczb produkt
 generalny:

 2,871,312


TABLICZKI

NEPERA SZKOTA.

A. E. H. C. F.

B. D. G. I. K. L.

1	5	8	3	6	2	4	7	9	0	0
2	1	1	1	2	4	8	4	8	0	0
3	1	2	1	8	6	2	1	7	0	0
4	2	3	1	2	8	6	8	6	0	0
5	2	4	1	3	1	2	3	4	0	0
6	3	4	1	3	1	2	4	5	0	0
7	3	5	2	4	4	8	9	3	0	0
8	4	6	2	4	1	3	5	7	0	0
9	4	7	2	5	1	3	6	8	0	0

Tego sposobu moltiplikowania wielkich osobliwie liczb na tabliczkach Nepera, można zarówno zażyć w rozmnożeniu liczb różnego gatunku, ale wprzód wszystkie gatunki na jeden zbić, lepiej podobno będzie; o których to liczbach różne gatunki w sobie zamykających, mówić teraz będziemy.

25. Jakie przypadki w mnożeniu liczb różnego gatunku trafić się mogą?

W mnożeniu liczb rozmaitego gatunku, trzy przy-

przypadki trafić się mogą, to jest: iż albo sama rozmnożna liczba będzie złożona z liczb różnego gatunku, albo sam rozmnożyciel, albo nakoniec y rozmnożna, y rozmnażająca liczba będzie w sobie zamykała różne rzeczy gatunki.

26. Jak sobie w każdym z tych trzech przypadków postąpić trzeba?

I. W pierwszym przypadku, gdy sama rozmnożna liczba, różne gatunki w sobie zamyka, tedy przez rozmnożyciela, który się z jednego gatunku składa, każdy gatunek w liczbie do mnożenia daney, multiplikuję, a po odprawionej multiplikacyi wszystkich gatunków, niższe gatunki na wyższy gatunek sprowadzam, y będę miał produkt zupełny z liczb danych do mnożenia.

Przykład. Czerwony złoty podług świeżey redukcji, zamyka w sobie złotych 16. y groszy 22. pytam czerw: złotych 12. wiele złotych uczynią? Układam sobie dane liczby podług wzwyż przepisanego prawa, a rozmnożyciela pod obydwojma gatunkami podpisuję, tym sposobem:

	złote.	grosze.
	16.	22.
Czerw: złotych	12.	12.

Produkt złotych: 192. 264. groszy.

Groszy 264. sprowadziwszy na złote, dzieląc przez 30. groszy, mam złotych 8. y groszy pozostałych 24. Dodaię złote do złotych, y mam ogółem złotych: 200. y groszy 24, które mi wyszły z czerwonych złotych 12.

II. W przypadku drugim, kiedy rozmnoży-

ciel

ciel z wielu gatunków, a liczba rozmnożna z jednego składa się, podobnie przez każdy gatunek rozmnożyciela multiplikuję osobno liczbę do mnożenia daną, a po skończonej multiplikacyi, gatunki niższe, na gatunek wyższy zredukowane, pokażą mi produkt generalny.

Przykład. Łokieć sukna płacąc po złot: 8. gr: 14. pytam wiele dać powinienem za tegoż sukna łokci 26? Układam dane liczby, y dwa razy piszę liczbę rozmnożną, tak:

Łokcie	26.	26.
Złote	-8.	gr: 14.

Produkt: 208. 364.

Sprowadzam teraz grosze 364. na złote, dzieląc je przez 30, y wychodzi mi złotych 12. y groszy 4. Dodam złote do złotych, y mam cały produkt: złotych 220. gr: 4. które za 26. łokci sukna wypłacić mam.

III. W trzecim przypadku; kiedy tak w rozmnożycielu, iako y w rozmnożney liczbie będą różne gatunki, w ten czas wszystkie gatunki w obydwóch liczbach, na nayniższy gatunek redukuje, y dopiero mając liczby obydwie do jednego gatunku sprowadzone, multiplikuję je między sobą; produkt zaś z rozmnożenia wypadający, na naywyższy gatunek redukuje. Oto przykład:

Zarabia kto na dzień złotych 2. groszy 9. pytam ile zarobi przez rok, y dni 20.

W tym przykładzie redukuje najprzód rok na dni 365; do nich dodam dni 20, y mam wszystkich dni: 385. Potym sprowadzam złotych 2. na groszy 60, do tych dodam groszy 9, y mam razem groszy 69. Nakoniec te liczby

czyby zmnożywszy, y na złote sprowadziwszy, wypadnie produkt liczb danych:

385.

69.

 3465.

2310.

Produkt groszy: 26,565.

Grosze te sprowadzam na złote, dzieląc je przez 30, y będę miał złotych 885. a groszy 15. Tyle więc wspomniany rzemieślnik zarobi na rok cały y dni 20. Odcinając atoli święta, w które nie robił, mniej mu zysku wypadnie.

27. Jaki jest sposób na doświadczenie dobrze odprawioney moltiplicacyi?

Na doświadczenie dobrze odprawioney moltiplicacyi, sposób najlepszy, jest przez dywizyą, który niżej objaśniemy, gdy o dywizyi dostateczną naukę damy.

Przestroga. W moltiplicacyi zarowno jest, tę lub owę z liczb danych, w wyższym rzędzie położyć, bo zawsze jedna przez drugą rozmnaża się; atoli zawsze na wierzchu kładzie się większa, iak w przyłączonych przykładach widzieć się daie.

§. 5.

O dzieleniu liczb tak iednego, iako y różnego gatunku.

28. **C**O jest dywizya czyli dzielenie?

Jest wynalezienie liczby takiej, która mi pokazuje, ile razy ze dwoch liczb do podzielenia danych, liczba mnieysza w liczbie większey

większey brać się może: n. p. dzieląc 9 przez 3, wypadnie 3, krore mi pokazują, że 3 w 9 mieści się trzy razy.

Albo też: dywizya; iest wynalezienie liczby takiej, która tyle razy zamyka w sobie iedno, ile razy w liczbie podzielney, dzielnik czyli liczba, przez którą dzielę, mieści się. Tak n. p. dzieląc 8 przez 4, szukam takiej liczby, w ktorey tyle razy zamyka się iedno, ile razy cztery w ośmiu mieści się; iaka liczba w danym przykładzie iest 2.

29. Jak się liczby w dywizyi nazywają, y iak się kładą?

1. Z liczb do podzielenia danych, liczba większa, którą mam dzielić, zowie się: liczba podzielna; liczba mnieysza, przez którą dzielę, zowie się dzielnik; liczba nakoniec z dywizyi wynikająca, zowie się: wieloraz, *Quotiens* albo *Quotus*.

2. Układają się zaś wspomniane liczby tak: liczba podzielna kładzie się we środku; od lewey ręki kładzie się dzielnik, kreską od podzielney liczby odłączony; na prawey ręce za kreską kładzie się wieloraz, to wszystko pisze się w iedney linii.

30. Jak się czyni Dywizya?

Nayprzod: Z liczby podzielney, zaczynając od lewey ręki, ucinam tyle figur, ile ich iest w dzielniku, które ieżeli mniey wynoszą od dzielnika, przydaję im ieszcze iedną następującą figurę; a dla pamięci kreskę przy niej kładę. Potym uważam, ile razy dzielnik w liczbach odciętych brać się może, y liczbę to wskazującą piszę na prawey ręce, za część pierwszą wieloraza.

Powtore: Przez tę część wieloraza multiplikuję całego dzielnika, a produkt wynikający odciagam od figur z liczby podzielney odciętych.

Potrzenie: Do reszty, jeżeli się iaka została, która od dzielnika zawsze mnieysza być powinna, składam następującą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywwszy ją kreską. y uważam znowu, ile razy w tych liczbach dzielnik mieści się; y takową liczbę piszę za drugą część wieloraza.

Poczwarte: Przez tę drugą część wieloraza multiplikuję znowu całego dzielnika, a produkt pod liczbami, kotorem dopiero dzieł, podłożywszy, odciagam go od onychże. Do reszty składam znowu z liczby podzielney następującą figurę, y uważam, ile razy w tych liczbach dzielnik zamyka się; co będzie trzecią częścią wieloraza, przez którą multiplikuję znowu całego dzielnika, y tak daley czynię, poki wszystkich liczb podzielnych nieprzeydę.

To także wiedzieć potrzeba, iż ile razy nową figurę z podzielney liczby składam, a dzielnik w niey brać się nie może, w ten czas na wielorazie piszę cyfrę, y składam zaraz drugą figurę z liczby podzielney, y obydwie przez dzielnika razem dziełę.

Po skończoney dywizyi, co się od ostatniego odciagnienia zostało, wyraża się przez liczbę łamaną, ktorey Licznikiem będzie reszta od ostatniego odciagnienia pozostała, przydając y te figury, jeżeli które przed dywizyą odcięte były. Mianownikiem zaś będzie cały dzielnik; y ztąd to rodzą się łamane liczby.

Przy-

Przykład 1. Oyciec zostawie 5. synom 14675. złotych; pytam wiele na każdego przypadnie? Układam liczby według daney nauki:

Dzielnik | Liczba podz: | Wieloraz

5

14,6,7,5,

2935.

10

- 46

45

- 17

15

- 25

25

W tym przykładzie, ponieważ dzielnik 5 w 1 brać się nie może, zaczynam odcinam dwie figury z liczby podzielney, y mówię: 5 w 14, zamyka się dwa razy, piszę 2 za pierwszą część wieloraza, y rozmnożywszy 2 przez 5, czynią 10, ten produkt odciągamy od pierwszych dwóch figur liczby podzielney, y zostaje mi się 4, do których składam następującą figurę 6 z liczby podzielney, y mówię: 5 w 46. mieści się 9 razy; piszę 9 za drugą część wieloraza, a zmnożywszy dzielnika 5 przez 9, wypada 45, ten produkt odciągamy od 46. zostaje się 1, składam do niego następującą figurę 7 z liczby podzielney, y mówię: 5 w 17, biorę razy 3, piszę 3 za trzecią część wieloraza; a rozmnożywszy dzielnika 5 przez 3, wychodzi 15. produkt ten odciągamy od 17, zostaje się 2, do których składam z liczby podzielney ostatnią figurę 5, y mówię: 5 w 25. zamyka

C2

się

się 5 razy, piszę 5 za czwartą część wieloraza, y rozmnożywszy 5 przez 5, wynika 25, które odciągając od 25, nic się nie zostaje. Z owej tedy summy przypadnie każdemu synowi po złotych: 2935.

Przykład II. Kupilem postaw sukna czyli łokci 32. za złot: 258. Chcę wiedzieć po wiele złotych każdy łokiec przypadnie?

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
32	258,	$8 + \frac{2}{32}$
	<u>256</u>	
	- - 2	

W tym przykładzie ponieważ się po odciągnięciu 2 zostały, piszę je przez frakcyą, sposobem wyżey podanym $\frac{2}{32}$. Za każdy więc łokiec przypadnie po złot: 8, y po dwie części iednego złotego, podzielonego na 32 części, co uczyni około po dwa grosze.

31. Jaki jest sposób skrocenia, y ułatwienia sobie dywizyi?

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra iedna, lub więcej będzie, w ten czas dla skrocenia y ułatwienia dywizyi, przed zaczęciem rachunku mogą je odciąć; tyleż figur, albo cyfer z liczby podzielney od końca odcinając.

Przykład I. Groszy 12840, chcąc redukować na złote; dzielę tę summę przez 30, bo ieden złoty tyle groszy w sobie zamyka.

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
3(0	12,8,4(0	428.
	12	
	<hr/>	
	-- 8.	
	6	
	<hr/>	
	24.	
	24	
	<hr/>	
	--	

W tym przykładzie odcinam cyfrę, y w dzielniku, y w liczbie podzielney; y dzielę tylko przez 3, co mi iest daleko łatwiey, a niżeli przez 30. Wieloraz zaś bynajmniey się przez to nieodmienia, bo ile się figur odeymie dzielnikowi, tyleż y liczbie podzielney, zaczym żadna się im krzywda nieczyni.

Przykład 11. Chcąc wiedzieć: dni 164, ile mi uczynią miesięcy; dzielę daną liczbę przez 30.

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
3(0	16(4	5 $\frac{14}{30}$.
	15	
	<hr/>	
	- 1.	

W tym przykładzie ponieważ po odciągnięciu zostało się iedno, składam do niego 4 odcięte, y piszę za licznika; a całego dzielnika kładę za mianownika tak: $\frac{14}{30}$. Wspomniane więc dni uczynią mi miesięcy 5, y jeszcze się zostało dni 14.

32. Jak inaczey można czynić dywizyą?

Można także czynić dywizyą przez faktory dzielnika. Faktory zaś iakiey liczby, iakośmy wyżey w moltiplikacyi powiedzieli, są to te liczby, ktore między sobą rozmnożone, też samę liczbę rodzą.

C 3

Przy-

Przykład. Na 240 włoki nakazano przewieźć żyta korcy 30 czyli garcy 960. Chce wiedzieć Kommissarz ile na każdą wiołkę garcy wypadnie?

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik } 240. & \text{Faktor I. } 6 \left| \begin{array}{l} 96,0 \\ 6 \end{array} \right| 16. \\ \hline & 36 \\ & 36 \\ \hline & - - \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Fakt: II. } 4 & \left| \begin{array}{l} 16 \\ 4 \end{array} \right| 4. \\ \hline & 16 \\ \hline & - - \end{array}$$

W tym przykładzie odcinam najprzód cyfrę z dzielnika y z liczby podzielney. Potym cobym miał dzielić daną liczbę 96 przez 24, dla łatwiejszey roboty, dzielę ją przez faktory dzielnika, 6 y 4, gdyż cztery razy sześć czynią 24. To jest: dzielę najprzód daną liczbę przez jednego faktora czyli przez 6, a wieloraz wypadający 16, znowu dzielę przez 4 drugiego faktora, y wypada mi po 4 garce na każdą wiołkę.

Tego atoli sposobu dzielenia nie zawsze można użyć, lecz tylko w ten czas, kiedy dzielnik na swoich faktorow rozdzielić się może.

Ponieważ największa trudność w dzieleniu zachodzi, poznać wiele razy dzielnik zamyka się w podzielney liczbie, przeto dla zaczynających podam tu niektóre łatwe na to sposoby.

33. Jak tedy można poznać, wiele razy liczba mniejsza w większey mieści się.

Trojakim tego można dochodzić sposobem:
albo

albo przez tablicę Pitagoreśa w liczbach małych; albo przez drabinkę dzielnika przez liczby naturalne rozmnożonego w liczbach przydłuższych; albo nakoniec przez tabliczki Nepera w liczbach wcale obszer-nych.

34. Jak się odprawuie dywizya na tablicy Pitagoreśa?

Kiedy dzielnik z iedney tylko składa się figury (albo y z więcej gdyby tablica była rozmnożona) na pierwszej linii wierźchniey AC (na kar: 25) biorę figurę dzielnika, podzielną zaś liczbę w teyże linii na dół pociągley; tym sposobem w pierwszej kolumnie liczb naturalnych AB znaydę wieloraz. Ntch będzie przykład następujący:

Na Studentow 6 mając dzielić 42 obrazkow, chcę wiedzieć, wiele się każdemu dostanie?

Biorę 6 w wierźchniey linii AC. Podzielney zaś liczby 42 szukam w teyże linii pod 6; a na kolumnie AB od ręki lewey znayduię wieloraz 7. Daley postępuię sobie według wzwyż podanych reguł o dywizyi.

A gdyby się liczba podzielna w linii dzielnika spełna nie znaydowała, biorę mnieyszą liczbę naybliższą: n. p. Dzieląc 26 przez 5, ponieważ w kolumnie 5, nie znayduię 26, biorę liczbę mnieyszą naybliższą czyli 25. y znayduię w kolumnie od ręki lewey na dół ciągley wieloraz 5, y zostaje się iedno. Takż dzieląc 77 przez 8, będzie wieloraz 9, a zostaje się 5.

35. Jaki jest sposob dzielenia przywiększych liczb przez drabinkę dzielnika?

Sposob ten arcy jest łatwy y użyteczny, y
na

na tym zależy: ażeby przed zaczęciem dywizyi, dzielnika przez liczby naturalne 1. 2. 3. 4. 5. &c: aż do 9 rozmnożyć, y wszystkie z tey moltiplikacyi produkta wynikające ieden pod drugim pisać, przydając po drugiey stronie liniiki, te liczby, przez ktore dzielnik był rozmnażany, y będą miał, y wieloraz na boku, y prawdziwy produkt dzielnika moltiplikowanego, do odciągania go z liczby podzielney. Te albowiem produkta nic innego nie są, tylko dzielnik raz lub dwa razy wzięty, y pokazują mi, ile razy dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych zamyka się. Oto wizerunek tego w następującym przykładzie:

Dzielnik. Produkta iego aż do 9.		Liczba podz:	Wieloraz
1	162	547,0,3,0,6,2,	337673 $\frac{36}{162}$
2	324	486	
3	486	610	
4	648	486	
5	810	1243	
6	972	1134	
7	1134	1090	
8	1296	972	
9	1458	1186	
		1134	
		522	
		486	

Zostaje się 36.

36. Jak nakoniec czyni się dywizya na tabliczkach Nepera?

Czyni się w następujący sposób: Chcąc n. p. dzielić: 74056. przez 24. piszę nayprzod te dwie dane liczby na osobney karcie, tak iak się o dywizyi powiedziało. *Fowtore:* biorę tabliczki B. D. ktore na wierzchu mają liczby 2. y 4. z ktorych się dzielnik składa, y układam je wzdłuż iedną przy drugiej, a tabliczkę A. z liczbami naturalnemi kładę na lewym boku. *Potrzenie:* odcinam z liczby podzielney pierwszą część, którą nayprzod przez dzielnika mam dzielić, iaka tu iest 74; a ponieważ wielorazy czyli liczby naturalne w pierwszej tabliczce znaydujące się: 1. 2. 3. 4. 5. &c: pokazują mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, produkta dzielnika 24 przez 2. 3. 4. &c: moltiplikowanego, iako się z przeszłego pytania, y z samego tabliczek robienia dorozumieć można; uważam tedy w ktorey poprzeczney kolumnie częśćka liczby podzielney 74 mieści się, ktorey że spełna nie znayduię, biorę mnieyszą naybliższą 72, y zaraz na lewey stronie w tymże rzędzie, mam wieloraz 3, ktory na osobney karcie piszę. *Poczwarte:* odciągam 72 od 74, czyli od pierwszej części liczby podzielney, zostało się 2. *Popięte:* do tych 2 składam drugą część liczby podzielney cyfrę 0, y mam 20, w ktorych że dzielnik 24 brać się nie może, zaczynam za drugą część wieloraza piszę 0, a z liczby podzielney składam następującą figurę 5, a tak mam 205. *Pozostę:* uważam znowu w ktorey poprzeczney kolumnie tabliczek dzielnika kilka razy wziętego wyrażających, ta liczba 205, lub iey mnieysza naybliż-

fza mieści się, y znajduję naybliższą w osmey kolumnie 192, a przy niej w pierwszej tabliczce wieloraz 8, co będzie trzecią częścią wieloraza. *Posiodme*: odciagam 192 od 205, zostaje się 13, do których składam ostatnią figurę 6 z liczby podzielney, y mam 136. *Posieme*: szukam tej liczby w kolumnie poprzeczney, y znajduję naybliższą 120, a przy niej w pierwszej tabliczce będzie 5, które piątę za czwartą część wieloraza. *Naostatek*: odciagam 120 od 136, y zostaje się mi 16 na liczbę łamaną. Daney tedy liczby wieloraz jest ten: 3085.

A. B. D.

1	2	4
2	4	8
3	6	12
4	8	16
5	10	20
6	12	24
7	14	28
8	16	32
9	18	36

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 74,0,5,6, \\
 & 72 \\
 \hline
 & -205 \\
 & 192 \\
 \hline
 & -136 \\
 & 120 \\
 \hline
 & -16.
 \end{array}
 \quad 3085 \frac{1}{4}$$

Ukazawszy różne dzielenia sposoby, podamy już do dywizyi liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających.

37. Wieloraki w dzieleniu liczb różnego gatunku trafić się może przypadek?

W dzieleniu liczb rozmaitego gatunku podobnie jak w moltiplicacyi, trojaki trafić się może przypadek: bo albo sama liczba podzielna będzie w sobie zamykała rzeczy różnego gatunku; albo sam dzielnik; albo nakoniec y dzielnik y liczba podzielna będzie złożona z liczb różnego gatunku.

38. Co tedy w pierwszym, drugim, trzecim przypadku czynić potrzeba?

W pierwszym przypadku, kiedy sama tylko liczba podzielna, z różnych składa się gatunków, a dzielnik z jednego, to wyższy gatunek liczby podzielney (jeśli nie jest mniejszy od dzielnika) dzielę przez dzielnika, resztę zostającą sprowadzam na niższy następujący gatunek, który znowu przez tego samego dzielnika dzielę, y tak daley.

Przykład. Na cztery Corki dzielę złotych 23650. y gr: 16; wiele się każdej dostanie?

Dzielnik	Liczba podzielna		Wieloraz
	złote.	grofze.	złote.
4.	23,6,5,0,	16	5912
	20	60	
	- 36	4 7,6,	grofze.
	36	4	19
	- 5	36	
	4	36	
	10	--	
	8		
	2		

W tym

W tym przykładzie dzielię najprzód daną summę złotych przez 4, y zostaje się mi złotych 2. te redukuje na groszy 60, dodaję do 16 groszy, y mam razem groszy 76, dzielię to przez 4, y nic mi się nie zostaje. Dla każdej tedy przyidzie z owej summy po złotych 59 12. y po groszy 19.

Gdyby zaś najwyższy gatunek liczby podzielney był mniejszy od dzielnika, to się wprzód redukuje na niższe gatunki, dopieroż się dzieli.

Przykład. Dał Pan na ubogich 6. złotych 4. y gr: 18. do podzielenia, pytam ile każdemu dać potrzeba?

Tu że 4 przez 6 dzielić nie mogę, sprawdzam wprzód 4. złot: na gr: 120. dodaję do nich 18, y mam groszy 138, teraz tę sumnę dzielię przez 6:

	złote.	grosze.
6	4	18
	30	
	120	
	18	
6	13,8	23
	12	
	18	
	18	

Każdemu więc ubogiemu dostanie się po groszy 23.

W przypadku drugim, kiedy dzielnik z wielu gatunkow, y w przypadku trzecim, kiedy y dziel-

y dzielnik y liczba podzielna z różnych gatunków składają się, trzeba wprzód gatunki wyższe na niższe redukować, toż czynić dywizyą; a po skończoney dywizyi, znowu gatunki niższe sprowadzać na wyższe, jeśli tego potrzeba.

Przykład I. Za pięć łokci sukna y ćwierć 1, zapłacono złotych 84, pytam ile łokieć kosztuje?

W tym przykładzie sprowadzam wprzód 5 łokci na ćwierci, przydając do nich ćwierć 1, y mam ćwierci 21; potym redukuję złote dane 84. na grosze, mam 2520. groszy, które dzielę przez 21. Po odprawionej dywizyi znowu grosze redukuję na złote, y przypadnie za każdą ćwierć po złotych 4, a więc za łokieć po złotych 16.

Łoki Cw: złote

5.	1.	84
4		30

20	2520
----	------

1

21.	25,20,
-----	--------

21

-42

42

Grosze

120.

Złote.

30

120

4.

Przykład II. Chcę 2475 talerów bitych y złotych 6, redukować na czerwone złote, po 16 Zł: y gr: 22, podług terażniejszej redukcji, na jeden rachując, pytam ile mi czerwonych złotych uczyni? W tym przykładzie wszystkie

kie gatunki wyższe sprowadzam na najniższe,
toż czynię dywizyą. Oto robota:

Złote.	Talery bite.
16	2475
30	8
480	19800
22	6
502	19806 Złote.
	30

502	594,18,0,	1183 Czerw: Złot:
	502	
	- 921	
	502	
	4198.	
	4016	
	- 1820	
	1506	

- 314 Grosze pozostałe.

Wypada więc czerwonych złotych 1183.
złotych 10. groszy 14.

39. Na co jeszcze w dywizyi względ mieć
potrzeba?

Na to: iż dzielnik w liczbie podzielney ni-
gdy więcej razy nad dziewięć brać się nie
może. *Powtore.* Ta liczba która się po od-
ciągnięciu produktu od liczb do podzielenia
wziętych została, większa nad dzielnika, ani
mu równa być nie powinna, ale zawsze
mniejszy; inaczej byłoby to znakiem, że
wieloraz mniejszy był wzięty, a niżeli się
nale-

należało. *Potrzebie.* Jeżeli po wziętym wielorazie jakim, y rozmnożeniu go przez dzielnika, produkt większy wypadnie, a niżeli ta część z liczby podzielney, od ktorey ten produkt ma się odciągać, znakiem to iest, że wieloraz był nadto wielki wzięty, zatym mnieyszy brać się powinien. *Poczwarte.* Wieloraz tyle mieć powinien figur, ile w liczbie podzielney znajduie się krefek położonych, przed złożeniem z niey figury, dla wynalezienia wieloraza.

40. Jak się doświadcza dywizya?

Dywizya doświadcza się przez multiplikacyą, rozmnażając wieloraz przez dzielnika, a produktowi dodając resztę, ieśli się iaka zostala; ieżeli ta summa we wszytkim rowna będzie liczbie podzielney, dobrze była uczyniona dywizya. Fundamentem tey proby, iest owe powszechne Arytmetykow *axioma*: *Destruit multiplicatio, quod fecit divisio*, to iest: wieloraz dywizyi przez multiplikacyą, powraca do liczb pierwszych, ktore do dzielenia dane były. Niech będzie przykład 1. dany w dywizyi (na kar: 35.) Wieloraz 2935. rozmnożywszy przez dzielnika 5, produkt wypada rowny liczbie do podzielenia daney.

Dzielnik	Liczba podz.	Wieloraz
5	14675	2935.
	5 Rozmnożyc:
		14675 Produkt.

Multiplikacya zaś probuie się przez dywizyą, iakośmy wyżej (na karcie 32) namienili. Ponieważ bowiem według *axioma* Arytmetykow: *Restaurat divisio, quod destruxit multi-*
plica-

plicatio, to jest: produkt moltiplikacyi przez dywizją powraca się do liczb pierwszych, które były do mnożenia dane; więc na spróbowanie dobrze uczynioney moltiplikacyi, dzielę produkt wypadły przez rozmnożyciela, wieloraz liczbie do rozmnożenia danej rowny być powinien, inaczej byłby błąd iaki w rachubie popełniony. Niech będzie przykład 1. (na kar: 21.) w moltiplikacyi dany. Produkt wypadły 360, dzielę przez rozmnożyciela 8, wychodzi mi wieloraz 45, rowny we wszystkim liczbie do mnożenia danej:

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 8 \\
 \hline
 8 \overline{) 360,} \quad +5 \\
 \underline{32} \\
 -40 \\
 40 \\
 \hline
 - -
 \end{array}$$

Przypisek. Ponieważ dotąd bardzo często o liczbach y rzeczach różnego gatunku mówiliśmy, y jeszcze nie raz o tym mówić nam przyjdzie, zaczym za rzecz arcy potrzebną sądzę, różnych miar, wag y liczb rozmaitych cenę y podziały na mnieysze gatunki, dla wygody Arytmetyki Uczących się, tu położyć. Tak na przykład:

Cetnar ieden ma w sobie kamieni	-	-	5
Kamień Krakowski ma funtow	-	-	26
Kamień Lwowski ma w sobie funtow	-	-	36
Kamień pospolity ma funtow	-	-	30
Funt ieden ma w sobie łotow	-	-	32
			Łot

Łot ma gran 6, a kwintle	-	-	4
Uncya ma łotow	-	-	2
Puda siana ma funtow	-	-	40
Łaszt Gdański zboża ma ćwiertni Krakow- wskich	-	-	17
W ćwiertnię Krakowską wchodzi garcy	-	-	42
Korzec ma w sobie garcy	-	-	32
Korzec ma ćwierci	-	-	4
W puł korcu ćwierci 2, a garcy	-	-	16
W ćwierci iedney garcy	-	-	8
Garniec ma kwart	-	-	4
Kwarta ma kwaterek	-	-	4
Bela iedna papieru ma ryz	-	-	10
Ryza papieru ma w sobie liber	-	-	20
Libra papieru ma arkuszy	-	-	24
Bela sukna ma w sobie postawow	-	-	20
Postaw sukna ma łokci	-	-	32
Płotna sztuka ma w sobie łokci	-	-	100
Puśetek ma łokci	-	-	50
Łokiec ma w sobie ćwierci	-	-	4
Kopa ma w sobie snopow	-	-	60
Mędel ma snopow	-	-	15
Tuzia ma liczby	-	-	12
Grzywna ma w sobie groszy	-	-	48
Grzywna ma w sobie metallu łotow	-	-	16
Sażen ma w sobie stop	-	-	10
Stopa ma calow	-	-	10
Cal ma linii	-	-	10
Mila ma staj	-	-	8
Staj ma krokow	-	-	125
Więc mila iedna ma krokow	-	-	1000
Czerwony złoty według redukcji Roku 1775. ma złotych 16, groszy	-	-	22 $\frac{1}{2}$
Taler bity ma złotych	-	-	8
Złoty ma groszy	-	-	30

Grosz ma szelągów	-	-	-	3
Rok ma miesięcy	-	-	-	12
Miesiąc ma pospolicie dni	-	-	-	30
Rok ma dni 365 godzin	-	-	-	5
Dzień ma z nocą godzin	-	-	-	24
Godzina ma kwadransy	-	-	-	4
Kwadrans ma minut	-	-	-	15

§. 6.

Zamyka w sobie ciekawe niektóre zadania, które przez pomienione prosley Arytmetyki reguły utatwiają się.

Zadanie I. Chcąc wiedzieć, iak dawno Polska stoi, tak sobie postępuję. Historya Polska dzieli się na 4. Epoki znaczniejsze.

- | | | | | |
|--|---|---|---|-----|
| I. Od Lecha (ktory przyszedł w Sarma-
ckie kraie roku Pańskiego 550.) aż
do Popiela II. zamyka w sobie lat | - | - | - | 200 |
| II. Od Piaśta do Ludwika lat | - | - | - | 542 |
| III. Od Jagiellona do Zygmunta Augusta
lat | - | - | - | 190 |
| IV. Od Henryka Walezyusza do roku tera-
źniejszego | - | - | - | 203 |

Summa - 1225

Zbieram te summy parcyalne, y mam sum-
mę generalną 1225. Tyle więc lat iuż Polska
stoi.

Można toż samo zadanie solwować przez
Subtrakcyą, odciągając od roku terażniejsze-
go 1775, rok 550, y wypada 1225, to samo,
co wyżej.

Zadanie II. Polacy Wiarę Katoliczką przy-
jęli Roku Pańskiego 965. Chcę wiedzieć wie-
le

Ile lat temu, iak w iednego y prawego Boga uwierzyli y wierzą?

Rok 965. od terażnieyszego odciągam, y mam lat 810.

Zadanie III. Prusy za Kazimierza IV. do korony Polskiej przyłączone, y na trzy Wojewodztwa podzielone Roku Pańskiego 1466. Pytam wiele lat wyszło od tego złączenia Prus z Polską?

Rok 1466 od terażnieyszego odciągam, y mam lat: 309.

Zadanie IV. Sztuka Drukarzka wynaleziona iest roku 1440. Pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło?

Odciągam rok 1440 od roku terażnieyszego 1775, y mam lat: 335.

Zadanie V. Prochow palących wynalazek przypisują Bartoldowi Mnichowi Kolońskiemu około roku 1380. Chcę wiedzieć, iak dawno proch do strzelania wynaleziony?

Rok 1380 od terażnieyszego odciągam, y mam lat 395 od prochu wynalezienia.

Zadanie VI. Jan pyta się mnie, wiele ma lat; y powiada, że się rodził Roku Pańskiego 1745 w miesiącu Wrześniu, dnia 15 tegoż?

Ja żebym mu należycie odpowiedział; kładę w pierwszym rzędzie na Subtrakcyą, nie rok ten 1775, ktorego się mię o to pyta, ale rok przeszły; ponieważ ten ieszcze się nie skończył. A że się mnie o to spytał w miesiącu Listopadzie, dnia 10; po latach kładę miesiące, po miesiącach dni, w iedney linii.

Podobnież mnieyszą liczbę, którą mam odciągać, czyli rok, ktorego się Jan rodził, iednym zmnieyszam, a resztę dopełniam miesiącami

cami od Stycznia aż do tego, którego się urodził, czyli do Września. Tym sposobem:

Lata. Miesiące. Dni.

1774. 11. 10.

1744. -9. 15.

--30. -1. 25.

Ma tedy Jan do dnia dzisiejszego lat 30, miesiąc 1, dni 25. Y tym sposobem lata od czyiego urodzenia dochodzić się zawsze powinien.

Zadanie VII. Katarzyna pragnie wiedzieć, którego Chrystusa roku urodziła się; y mówi mi, że ma do dziś dnia lat 29.

Ja 29 od terażniejszego roku 1775 odciagam, y znajduję rok Pański: 1746, którego się Katarzyna urodziła.

Zadanie VIII. Z powszechnego Astronomow wymiaru, słońce odległe jest od ziemi na mil Niemieckich: 20,136,600, a miesiąc na mil: 54900. Pytam iak wielka jest odległość słońca od miesiąca?

Odciam liczbę mnieyszą od większey. y mam odległość słońca od miesiąca na mil Niemieckich: 20,081,700.

Zadanie IX. 2600 żołnierzom mającym wystrelić 12 razy, wiele ładunkow potrzeba?

Mużyplikuję liczbę większą przez mnieyszą, y mam produkt: 31200. Tyle im więc ładunkow potrzeba.

Zadanie X. Ma Oyciec lat 45, Syn zaś lat 12. Pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Rozmnażam lata Synowskie przez 2; produkt: 24. odciam od lat Oycowskich 45; reszta

szta 21 pokazuje, że lat 21 Syn z Oycem pożywszy, będzie miał połowę lat Oycowskich. Bo 45 a 21, czynią: 66; a z drugiej strony, 21 a 12, czynią: 33. Co jest połową lat 66.

Zadanie XI. Obwód czyli Cyrkuł Okręgu-ziemiowodnego dzieli się na 360 gradusów; w iednym gradusie jest mil Niemieckich 15. Pytam ile ma mil Niemieckich obwód całej ziemi?

Rozmnażam 360 gradusow przez 15, y mam okręgu ziemskiego mil: 5400.

Zadanie XII. Podrożny doświadczając Arytmetyka, rzecze do niego: doydź mi przez twe rachunki, wiele mil w tym tygodniu ubiegłym?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podrożnemu sekretnie multiplikować przez 9, a produkt podzielić przez 3. Wieleoraz z tey dywizyi wypadający znowu każe mu multiplikować przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy sekretnie przez 18, dochodzi mil ubieżonych kwoty.

Daymy że mil ubieżonych było 30; zmultiplikowawszy ie przez 9, wypada produkt 270, ktory dziele przez 3, wychodzi wieloraz 90; ten multiplikuiąc znowu przez 6, wypada produkt: 540. Ten produkt podzieliwszy sobie sekretnie przez 18, będę miał wieloraz: 30; ktory mi okazuje liczbę mil ubieżonych.

Zadanie XIII. Ma Pan roczney intraty: 35900 złotych; ta żeby mu na rok cały wystarczyła, chce wiedzieć, ile na każdy dzień może expensować?

Dzielię daną summę przez 365 dni, ponieważ rok cały tyle dni w sobie zamyka, y wy-

pada mi wieloraz: 98 złotych, groszy 10, y coś.

Zadanie XIV. W fortwcy pewney było Husarow y Pancernych: 1470; na Pancernych raz tylko w tydzień przypadała warta. Pytam wiele było Husarow, a wiele Pancernych?

Dzielię 1470 przez 7, z których się tydzień składa; wieloraz pokazuje mi liczbę Pancernych: 210. Wieloraz ten odciągawszy od 1470, reszta pokazuje mi liczbę Husarow.

Zadanie XV. Dwóch Braci proszą trzeciego o orzechy, które mu darowano. Na co im, tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka, Szoftam dał Siostrze, wy chcecie ostatek? Z tysiąca dwuchset, tylko te mam w ręście, Których zgadnąwszy liczbę, wszystkie wescie.

Podziel *nayprzod*: 1,200 przez dwa, a wieloraz ukaże ci, że Oyciec wziął: 600.

Podziel *powtore*: 1200 przez 4, a wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła: 300.

Podziel *potrzecie*: 1200 przez 6, a wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Te summy parcyalne zniosłszy, sumnę z nich zebraną 1,100 odciągnij od 1,200, reszta od odciągnięcia pozostała, pokaże, iż jeszcze zostało się mu orzechow 100, które dwom Braci swoim ofiarował.

Zadanie XVI. Zgadnąć ile kto w grze kościanej urzucił?

Każ niech ci owę liczbę Gracz podwoi tyle razy, ile mu się podoba; n. p. trzy razy, cztery razy; potom proś niech ci sumnę owę ukaże, którą ty tyle razy przez 2 podziel, ile

ile razy podwojona była liczba. Wieloraz pokaże ci prawdziwą liczbę urzuconych kości.

Daymy że Grac̃z urzucił 9, podwaiam, staie się 18; podwaiam znowu, staie się 36; znowu podwaiam, staie się 72; tę summę gdy przez 2, trzy razy podzielisz, bo trzy razy była podwaiana liczba urzucona 9, znaydziesz prawdziwą liczbę 9.

Zadanie XVII. Zgadnąć ile kto wygrał?

Każ temu, kto ci zadaie, aby owę liczbę n. p. 15, podwoił, będzie 30, niech przyda do summy, ile zechcesz, byle ta liczba, którą przydaie, parzysta była, n. p. 8. będzie 38; te niech przez 2 podzieli, będzie 19; niech ci dopiero tę summę powie, od ktorey ty odciagnij połowę tego, cós przydał, iak tu 4. reszta pokaże ci liczbę, ktorey szukasz, to iest 15.

Zadanie XVIII. Zgadnąć ile kto z pieniędzy wydał?

Człowiek to mi zadaiący, niech sobie pomysli pieniędzy, ile chce, n. p. złot: 10. Tę summę, która zawsze parzysta bydz powinna, niechay potroi, będzie 30, potroioną niechay przez 2 podzieli, będzie 15, tak zmniejszoną niechay przez 6 rozmnóży, wypadnie produkt 90. Niechay ci tę summę wyiawi, którą gdy przez 9 podzielisz, wypadnie ci liczba wydanych pieniędzy: złotych 10.

Zadanie XIX. Zgadnąć ile kto ma pieniędzy, albo obrazkow, albo fantow iakich, albo ile sobie na umyśle wystawił?

Kto ma rzecz iaką, albo ią sobie na umyśle wystawuie, niech ią potroi, tak potroioną niech podzieli przez 2, ieżeli ią dzielić sp.

na można, jeżeli nie, niechay doda iedno; potym znowu tę połowicę niechay potroi, tak potroioną niech znowu dzieli przez 2, dodając iedno, ieśli potrzeba; naosłatek niechay 9 tyle razy, ile można, odciągnie, y niech ci liczbę odrzuconych dziewiątkow powie. Ty za każdy dziewiątek odrzucony, pisz 4, a za pożyczoną iedność, pisz iedno, ieśli raz pożyczono; ieśli dwa razy, pisz 2; y tym sposobem doydziesz liczby, ktorey szukasz. N. p. myślę sobie, że mam złotych 5, potraiam, będzie 15, dzielę przez 2, pożyczęwszy iednego, będzie 8, potraiam znowu, stanie się 24, dzielę, mam wieloraz 12, odrzucam 9 raz. Ja więc za odrzucony dziewiątek raz, piszę 4, a za pożyczoną iedność, piszę iedno, y mam 5, ilem sobie pomyślił.

Zadanie XX. Zgadnąć o ktorey godzinie wstał kto z łóżka?

Sposob robienia tenże sam, co y w przeszłym zadaniu. N. p. wstał kto o godzinie 4, potraia to, będzie 12, dzieli przez 2, będzie 6, potraia znowu, stanie się 18, dzieli przez 2, wypadnie 9; 9 z 9 wyrzuca raz, y powiada mi, że raz 9 wyrzucił; ia za ieden dziewiątek wyrzucony piszę 4, y odpowiadam mu, że o czwartey godzinie wstał.

Zadanie XXI. Zgadnąć ile wierszy na iakiey karcie znajduje się?

Nayprzod każ sobie rachować wiersze przez 3, ile zbędzie nad liczbę potroyną, tyle razy rachuiący niech pisze 70. Potym niech rachuię przez 5, a ile nad 5 zbędzie, niech tyle razy napisze 21. Naosłatek niech rachuię wiersze przez 7, y niech tyle razy napisze

15, ile się wierszy nad 7 zostało. Toż dopiero dodawszy te liczby, które z pozostałych wierszów powstały, od summy odciągniesz: 105, ile razy będzie można, reszta pokaże ci liczbę wierszy, któreś szukał. Liczba jednak wierszy, których szukał, nad 6 większa być powinna. N. p. niech będzie na karcie wierszy 10, rachując przez 3, zostanie się 1, zaczynam piszę raz 70. rachując przez 5, nic się nie zostaje, nic więc nie piszę; rachując na koniec przez 7, zostanie się 3, zaczynam piszę trzy razy 15 czyli 45. Dodawszy te liczby, wypada summa: 115. Odciągam od niej 105, zostanie się 10, którychem szukał.

Zadanie XXII. Zgadnąć którego dnia w tygodniu co kto uczynił?

Liczbę dnia tygodniowego, który sobie na umyśle wystawił, niechay najprzód podwoi, potem tey liczbie podwoionej, niech przyda 5, na koniec tę summę niech przez 5 rozmnoży, a do produktu niech przyda cyfrę, y niech ci tę summę wypadłą powie. Ty od summy wypadłej odciągnij: 250, liczba słów pozostała z tego odciągnięcia, ukaże ci dzień tygodniowy. Tak 100 wskaże pierwszy dzień tygodnia czyli niedzielę; 200 drugi dzień tygodnia czyli poniedziałek, y tak daley. N. p. pisałem to w wtóry dzień tygodnia, czyli w poniedziałek; podwaiałm tę liczbę, będzie 4, dodam 5, stanie się 9, rozmnożam przez 5, wypadnie 45. przydam cyfrę będzie 450. Odciągam z tey summy: 250, zostanie się 200, które mi ukazują dzień drugi tygodnia czyli poniedziałek. Cyfry bowiem po odciągnięciu zaniedbują się, iakoby ich nie było.

Zada-

Zadanie XXIII. Zgadnąć liczbę złotych, jaką kto ma przy sobie, lub iakąkolwiek kto sobie pomyśli, inszym sposobem, iak wyżej w Zadaniu XIX?

Do liczby pomyślonej, każ przydać 2, potem każ przydać na końcu 0; do tej summy znowu każ przydać 12, potem na końcu 0. Summę takową każ sobie powiedzieć: od ktorey gdy odeymiesz 320, a potem gdy odrzucisz dwa zero 00, liczba która się zostanie, jest liczba złotych pomyślona. N. p. niech będzie liczba pomyślona 5, przydawszy iey 2, będzie 7, przydawszy potem 0, będzie: 70, znowu przydawszy: 12, będzie 82, przydawszy potem 0, będzie: 820. Z tej summy gdy odciągniesz sekretnie: 320, zostanie się 500; odrzuciwszy dwie cyfry, zostanie się 5, liczba złotych pomyślona.

Zadanie XXIV. Zgadnąć w ktorey kto ręce ma do pary złotych, lub inszych fantow, a w ktorey nie do pary?

Każ moltiplikować liczbę złotych, które są w prawey ręce, przez iakąkolwiek parzystą liczbę, n. p. przez 2, albo przez 4, albo przez 6, albo przez inną podobną; liczbę zaś złotych, które są w lewey ręce, każ moltiplikować przez liczbę nieparzystą, n. p. przez 3 albo przez 5, albo przez 7, albo przez inszą tym podobną. Toż obydwie te produkta, każ w jednę sumnę zebrać. Sumnę tę ze dwoch produktow złożoną, każ sobie powiedzieć, która jeśli będzie parzysta, to jest: jeśli się da rozdzielić na dwie połowy równe, tę w prawey ręce, jest liczba złotych nie do pary, a w lewey do pary. Jeżeli zaś nie da się

się rozdzielić na dwie połowy równe, lecz i będzie zostawać, to w prawey ręce, jest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary.

N. p. Niechby w prawey ręce było złotych 4. a w lewey 3. Kazawszy rozmnożyć 4 przez 2, potem 3 przez 3, a te dwa produkta $8+9$, razem zniósłszy, będzie summa 17, która że się na dwie połowy równe rozdzielić nie da, bo dzieląc 17 prz z 2, zostaje się 1, więc w prawey ręce, jest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary, &c.

Dotąd mowa była o liczbach całkowitych, teraz mówić będziemy o liczbach łamanych.

ROZDZIAŁ II.

O rachunkach liczb łamanych.

§. I.

O liczbach łamanych w ogólności y ich własnościach.

I. CO jest liczba łamana czyli frakcyja?

Jest część, albo kilka części, rzeczy jakiej na kilka równych części podzieloney. Tak n. p. podzieliwszy złoty na trzy części, gdy mam z tych trzech części dwie, mówi się: że mam dwie części ze trzech, albo dwa ze trzech; co na piśmie tak się wyraża: $\frac{2}{3}$.

2. Jak się pisze y wyraża liczba łamana?

Liczba łamana składa się zawsze ze dwóch liczb; z których jedna pisze się nad liniiką, a druga pod liniiką; n. p: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{15}$. Y wyraża się tak: jedna ze dwóch albo połowa, jedna ze czterech, dwie z pięciu, cztery z dziesięciu, pięć z piętnastu, to jest cząstek.

3. Jak

Przykład.

3. Jak się nazywają te liczby?

Wyższa nad linią położona, zowie się Licznik (Numerator) niższa zaś pod linią, zowie się Mianownik (Denominator) Niższa nazywa się Mianownikiem dla tego, bo mi mianuje, na wiele części rzecz jaką jest podzielona. Wyższa zaś Licznikiem przeto, bo mi liczy, wiele ja mam części z rzeczy podzieloney; n. p: $\frac{3}{7}$ znaczy, że mam trzy części z dziewięciu.

4. Wieloraka byź może frakcja?

Dwoiaka: właściwa y niewłaściwa.

5. Kiedy jest właściwa, a kiedy niewłaściwa frakcja?

Kiedy licznik jest mniejszy od mianownika, na ten czas frakcja jest właściwa, y znaczy mniej, jak iedno całkowite; n. p: $\frac{3}{7}$ iednego złotego, znaczy mi tylko, jak niżey obaczemy, groszy 12.

Kiedy zaś licznik jest rowny mianownikowi, na ten czas frakcja jest niewłaściwa, y znaczy mi iedno całkowite; n. p: mając $\frac{7}{7}$ iednego złotego, znaczy że mam cały złoty; bo mam trzy części z tej rzeczy, która na też same trzy części podzielona była.

Kiedy nakoniec licznik jest większy od mianownika, na ten czas frakcja zowie się takż niewłaściwa, albo zmyślona, y znaczy mi więcej, jak rzecz całą. N. p. mając $\frac{8}{7}$ złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na które złoty był podzielony, y dwie procz tego części drugiego złotego, na takoweż równe części podzielonego; to jest mam złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego złotego, to
jest

jest groszy 20. Y właściwie tak się wyraża:
I $\frac{2}{3}$. (a)

6. Co jest ułamek liczby łamaney, czyli frakcyi?

Ułamek liczby łamaney, jest to część od łameyże łamaniny czyli frakcyi odcięta. Tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi się: że mam połowę ze dwóch części podzielonych na trzy, y pisze się tak: $\frac{1}{3} | \frac{2}{3}$. Linijka te dwie frakcye przedziela i okazuje, że pierwsza frakcyja jest częścią frakcyi następującej. Tak n. p. mając $\frac{2}{3}$, dwie części ze trzech iednego złotego, to jest groszy 20, gdy z tych daę drugiemu $\frac{1}{3}$ połowę, mowi się: że mu daę połowę ze dwóch części podzielonych na trzy iednego złotego, to jest groszy 10.

7. Jakie są znaki Arytmetyczne dla uniknienia wszelkiego w rachunkach zatrudnienia?

Są te następujące wszystkim Rachmistrzom powszechne:

Znak równości między liczbami jest taki: $=$ n. p. $a = b$, znaczy że cena przez literę a wyrażona, równa jest we wszystkim cenie, która się przez b wyraża.

Znak Addycyi jest taki: $+$, y nazywa się więcej (plus) co w Polskim języku wyrazić się może przez literę a; n. p. $2 + 4 = 6$, znaczy, że

[a] Liczby łamane powstają czyli rodzą się, albo z reszty po dywizyi zostający, iakośmy wyżej namienili; albo kiedy liczba podzielna, mnieysza jest od swego dzielnika; w ten czas bowiem dywizya wyraża się przez frakcyę, dawszy przez szrodek liniikę: n. p. Chcąc dzielić 5 przez 12, ponieważ liczba podzielna 5 mnieysza jest od dzielnika 12, więc dywizya wyraża się przez frakcyę tak: $\frac{5}{12}$, pięć podzielone przez dwanaście.

że dwa a cztery, czynią 6, albo są równe sześciu.

Znak Subtrakcyi jest taki: $-$, y nazywa się mniej (minus) n. p: $5 - 3 = 2$, znaczy że pięć zmniejszy (zone trzema, równa się dwóm.

Znak moltipkacyi jest taki: \times n. p: $5 \times 2 = 10$, znaczy, że pięć rozmnożone przez 2, równa się dziesięciom.

Znak Dywizyi wyraża się przez frakcyą, w ktorey liczba do podzielenia dana kładzie się za Licznika, a Dzielnik za Mianownika. N. p: $\frac{8}{2} = 4$, znaczy, że ośm podzielone przez 2, równa się czterem.

Znak Proporcji rozdzielney czyli względu równego między liczbami jest taki: $::$ n. p: $2 : 4 :: 5 : 10$, znaczy, że między 2 y 4 taż sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między 5 y 10, to jest: że iako 2 w 4, tak 5 w 10, dwa razy zupełnie mieszczą się.

Znak Proporcji ciągłej jest taki: $:::$ z samego początku położony. N. p: $::: 1. 2. 4.$ znaczy, że średnia liczba 2, dwa razy się bierze, raz iako 1, (jedno) dwa razy w sobie zamyka, drugi raz iako sama w 4 dwa razy wzajemnie mieści się.

8. Ktore są prawdy niezawodne Arytmetyczne, czyli *Axiomata* do doskonałego liczb łamanych zrozumienia potrzebne?

Są te trzy następujące:

A X T O M A I.

Jedno tak się ma do całego łamaniny czyli do frakcyi całego, iak się ma Mianownik teyż frakcyi do swego Licznika. N. p: $1. \frac{2}{3} :: 3. 2.$
Jedno tak się ma do dwóch części ze trzech,
iak

iak się ma Mianownik 3 do Licznika 2. Jedno bowiem jest to rzecz cała niepodzielona, która tak się ma do swoich części, przez całą frakcyą wyrażonych, iak się ma Mianownik toż samo jedno na części podzielone oznaczający, do tychże samych swoich części w Liczniku zamkniętych. Czyli krocey: iak się ma jedno do swoich części, tak się ma toż jedno, do tychże samych części. Obiaśnimy to przykładem: niech będą $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części jednego złotego, to jest: gr: 20. Złoty więc jeden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to jest: do gr: 20, które cała frakcyą $\frac{2}{3}$ wyraża, iak się mają gr: 30, czyli złoty do gr: 20, to jest: iak się ma Mianownik do swego Licznika.

A X T O M A II.

Frakcyę, w których Liczniki jednakową do swoich Mianowników mają proporcycą, są równe y jedney ceny. N. p: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{12}$. Ponieważ w każdej z tych frakcyi, Licznik dwa razy zupełnie mieści się w swoim Mianowniku, dla tego wszystkie te frakcyę znaczą połowę.

A X T O M A III.

Jeżeli tak Licznika iako y Mianownika iakiey frakcyi przez tęż samę liczbę rozmnożę, albo podzielę, waloru frakcyi bynajmniej nie odmienię. N. p. następującej frakcyi $\frac{3}{5}$ rozmnażając przez 5 tak Licznika 3 iako y Mianownika 6, wypadnie frakcyą: $\frac{15}{25}$, która toż samo znaczy, co pierwsza. Podobnież daney frakcyi tak Licznika 3 iak Mianownika 6 dzieląc

łąc przez 3, wynika frakcyja $\frac{1}{2}$ teyże samey, co y pierwsza ceny.

S. 2.

O sprowadzeniu liczb łamanych na mniejsze terminy, y o dochodzeniu ich walurow albo ceny.

9. Wielorakim sposobem można frakcyje na naymniejsze terminy sprowadzać, y dla iakiego końca?

Frakcyje na naymniejsze terminy dwoiakiem sposobem można sprowadzać: albo przez miarę powszechną naywiększą; albo przez liczbę na domysł wynalezioną taką, ktoraby mi Licznika y Mianownika spełna dzieliła. Sprowadzając się zaś na mniejsze terminy dla tego, ażeby ie rachować y ceny ich dochodzić łatwiey y prędzey można było.

10. Co to jest miara powszechna dwóch liczb naywiększa, y dla czego tak się nazywa?

Miara dwóch liczb powszechna naywiększa, jest ta liczba, ktora dane liczby zupełnie y bez naymniejszey reszty dzieli. N. p. między 6 y 9, miara powszechna naywiększa jest 3; gdyż przez te 3 podzieliwszy 6, wychodzi spełna dwa 2, a podzieliwszy 9, wychodzi 3, także bez naymniejszey reszty. Podobnie liczb 12 y 15, miara powszechna naywiększa jest 3. Dla tego zaś liczba takowa nazywa się miarą naywiększą, że liczb danych przez nią dzielonych, żadna inna liczba większa nad nią zarównie podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwóch liczb znaleźć miarę powszechną naywiększą?

Znayduie się tym sposobem: liczbę większą przez

przez mnieyszą, a potem przez resztę, Dzielnika do poty dzielę, aż poki nic się z liczby podzielney (wielorazy zawſze porzucając) nie zostanie, ostatni Dzielnik będzie miarą powszechną naywiększą: n. p. Niech będą liczby A y B, ktorých szukam miary powszechney naywiększey:

$$\begin{array}{r|l} B. 136 & A. 248 \\ \hline & 136 \end{array} \quad | \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} C. 112 & B. 136 \\ \hline & 112 \end{array} \quad | \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} D. - 24 & C. 112 \\ \hline & 96 \end{array} \quad | \quad 4$$

$$\begin{array}{r|l} E. 16 & D. 24 \\ \hline & 16 \end{array} \quad | \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} F. - 8 & E. 16 \\ \hline & 16 \end{array} \quad | \quad 2$$

Nayprzod tedy liczbę większą A przez liczbę B dzielę, a wieloraz mimo puściwszy, przez resztę pozostałą C dzielę liczbę mnieyszą B; a porzuciwszy y tu wieloraz, znówu przez zostaiącą się resztę D dzielę liczbę C; gdzie znówu wieloraz zaniechawszy, przez resztę E dzielę liczbę D; nakoniec przez resztę F dzielę liczbę E, która liczba F że bez żadney reszty podzieliła liczbę podzielną E, y nic się po odciągnienu nie zostało, zaczym 8 dwoch liczb A y B na początku danych iest miarą powszechną naywiększą, ktorey szukałem; a zatym podzieliwszy przez 8 nayprzod liczbę B 136, wypada mi 17, potem liczbę A

E 248,

248, wypadnie mi 31, bez najmniejszey od podzielenia obydwóch danych liczb reszty, y będę miał: $136 = 17$, a $248 = 31$, czyli $\frac{17}{31}$.

Przykład II. Szukam naywiększey powszechney miary między następującemi dwoma liczbami, iedney pod literą K, drugiey pod literą L.

$$\begin{array}{r|l} L. 102 & K. 438 \\ \hline & 408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} M. - 30 & L. 102 \\ \hline & 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} N. - 12 & M. 30 \\ \hline & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} O. - 6 & N. 12 \\ \hline & 12 \end{array}$$

Między temi dwiema danemi liczbami naywiększa powszechna miara iest 6, przez ktore dzieląc liczbę L wypadnie spełna 17, a dzieląc liczbę K wypadnie także bez żadney reszty po podzieleniu 73.

12. Jeżeli po skończoney dywizyi danych liczb zostanie się co, czego to iest znakiem?

Jeżeli po skończoney tym sposobem między dwiema danemi liczbami dywizyi, zostaje się iedno, znak to iest, że liczby dane żadney powszechney miary między sobą nie mają, y zowią się liczby niezmierytelne, (numeri incommensurabiles) iako się to daie widzieć w następujących liczbach, pod literami P y Q wyrażonych:

$$\begin{array}{r|l} \text{Q. 37} & \text{P. 85} \mid 2 \\ & 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{R. 11} & \text{Q. 37} \mid 3 \\ & 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{S. - 4} & \text{R. 11} \mid 2 \\ & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{T. - 3} & \text{S. 4} \mid 1 \\ & 3 \end{array}$$

I

Ze tedy po podzieleniu dwóch liczb P y Q zostało się 1, znak jest, że owe liczby żadney powszechney miary mieć nie mogą; zaczym przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, aby się od obydwóch nic nie zostało.

Juni szukają także powszechney miary przez Subtrakcyą, odciągając liczbę mnieyszą od więkzey do poty, aż poki liczba, którą odciągamy, y reszta po odciągnienu nie będą sobie równe. Liczba po odciągnienu pozostała będzie miarą powszechną naywiększą: n. p. Szukając miary powszechney między liczbami: 32 y 80; odciągamy 32 od 80, zostało się 48; od tych znowu odciągamy 32, zostało się 16; te 16 odciągamy od 32, zostało się 16, równa reszta liczbie, którą odciągał. Zaczym ta reszta 16 jest miarą powszechną naywiększą danych liczb 32 y 80, przez którą obydwie liczby podzieliwszy, wypadną liczby 2 y 5.

Okazanie czyli demonstracya tey Operacyi przez się jest iawna. Bo przez nieustanne owe liczby mnieyszey od więkzey, czy to przez Dywizyą, czy przez samo naturalne

odciąganie, przyiść naostatek koniecznie musimy do takiej liczby, któraby danych liczb rownym była wymiarem, albo przynajmniey wskazała nam, że między danemi liczbami żadney miary powszechney znaleźć nie można.

13. Który jest drugi sposób sprowadzenia liczb danych na mnieysze terminy?

Ten sposób jest bardzo łatwy y prędki, y na tym zawisł, aby spojrzawszy na dane liczby, wynaleść na domysł liczbę taką, któraby mi dane liczby bez żadney reszty dzieliła; iaka liczba nayczęściej trafia się 2, y infze tym podobne: n. p. Te liczby 36 y 96 chcąc na mnieysze terminy redukować, widzę, że przez 2 spełna dzielić się mogą. Dzielę ie więc nayprzod przez 2, wypadną te: 18 y 48. Te znowu dzielę przez 2, wypadną liczby 9 y 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi: 3 y 8; daley przez żadną liczbę obydwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z Axyom: 3.

14. Jak się tedy liczba łamana na naymnieysze terminy sprowadza, nieodmieniając bynajmniey iey ceny?

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną naywiększą, albo przez liczbę napamięć wynalezioną, tak Licznik iako y Mianownik daney frakcyi dzieli się: wieloraz z Licznika

[b] Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczym zażyta bydz może za naywiększą powszechną miarę między sobą y drugą liczbą daną. Tak 7 iest naywiększą powszechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwszy przez 7, wypadnie 1, a 21 podzieliwszy przez 7, wypadnie 3, bez żadney od oboya liczby reszty.

cznika będzie nowym Licznikiem, a wieloraz z Mianownika będzie nowym Mianownikiem frakcyi nowej, daney we wszytkim rowney przez Axyom: 3. N. p. frakcyą następującą: $\frac{2}{3}$ chcąc sprowadzić do naymnieyszych terminow, szukam naywiększey powszechney miary między temi dwiema liczbami sposobem wyżey podanym; y znayduię 12; przez te 12 dzieląc Licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc Mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nową frakcyą w naymnieyszych terminach: $\frac{5}{8}$ pierwszej we wszytkim równą.

Toż samo wypadnie dzieląc Licznika y Mianownika przez liczbę na domysł wynalezioną, n. p. przez 3, a potem te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będąc miel: $\frac{5}{8}$ iak wyżey.

Przykład II. Frakcyą następującą: $\frac{128}{17}$ chcę sprowadzić na naymnieysze terminy. Przez miarę powszechną: 16, dzielę tak Licznika iako y Mianownika daney frakcyi, wynika mi nowa frakcyą pierwszej równa: $\frac{8}{17}$. Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby, n. p. przez 2, potem przez 4, potem znowu przez 2, będzie nowa frakcyą: $\frac{4}{17}$ pierwszej równaiąca się zupełnie.

15. Jak się dochodzi, wiele ktora frakcyą waży?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik daney frakcyi moltiplikuje się przez te części, z których się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez Mianownika teyże frakcyi; wieloraz ukaże mi, co frakcyą owa ważyła: n. p. Chcąc wiedzieć wiele mi uczynią $\frac{2}{3}$ dwie z pięciu części iednego złotego? Rozmnażam Licznika 2 przez części złotego, z których się

składa, to jest: przez groszy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez Mianownika 5, wychodzi Wieloraz: 12, który mi ukazuje, że $\frac{2}{3}$ iednego złotego, znaczą groszy 12.

§. 3.

O sprowadzeniu liczb tamanych do iednego Mianownika.

16. **C**O to jest sprowadzać frakcyą do iednego Mianownika, y na co?

Jest to uczynić, ażeby frakcye różnych Mianownikow mające, iednego potym Mianownika miały, nieodmieniwszy w niczym wewnątrzney swoiey ceny, iak się niżej w przykładach pokaże. Dla tego zaś sprowadzają się, aby ie dodawać y odciągać można było; o czym niżej.

17. Jak tedy dane frakcye do iednego Mianownika sprowadzać?

Tym następującym sposobem: niech będą n. p. te dwie frakcye: $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$, ktore chcę do iednego Mianownika sprowadzić. Rozmnażam nayprzod między sobą danych frakcyi Mianowniki, y mam produkt: 12, który dwa razy pod linijkami piszę, bo dwie frakcye do iednego Mianownika sprowadzam. Ten produkt dwa razy napisany, będzie pospolitym Mianownikiem nowych frakcyi. Potym szukam nowych Licznikow: rozmnażając Licznika frakcyi pierwszej na krzyż przez Mianownika drugiey, y mam nowego Licznika frakcyi pierwszej: $\frac{8}{12}$. Toż rozmnażam Licznika frakcyi drugiey na krzyż przez Mianownika pierwszej, y mam nowego Licznika frakcyi drugiey:

giey: $\frac{2}{15}$. Te nowe frakcye pierwszym danym we wszystkich są równe przez Axyom: 3, y iednego mają Mianownika. Oto przykład:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{15} \frac{3}{5}$$

18. Jeżeli więc iak dwie liczby łamane dane będą, iak ie do iednego Mianownika sprowadzać trzeba?

Tymże samym prawie, co wyżej, sposobem. Nayprzod Mianowniki wszystkich frakcyi między sobą rozmnażam, y mam pospolitego dla nowych frakcyi Mianownika. Licznikow zaś nowych tak szukam: rozmnażam na krzyż Licznika pierwszej frakcyi danej, przez Mianowniki inszych frakcyi, procz własnego Mianownika, y będę miał nowego Licznika dla pierwszej frakcyi nowej. Dla wynalezienia Licznika dla drugiej frakcyi, teyże frakcyi Licznika danego rozmnażam przez dane Mianowniki inszych frakcyi, procz tylko Mianownika własnego, y tak daley. Niech będą n. p. następujące frakcye: $\frac{1}{3} \frac{2}{4} \frac{3}{5}$, które chcę do iednego Mianownika sprowadzić. Nayprzod tedy Mianowniki dane między sobą rozmnażam: trzy razy cztery, są 12; y znowu pięć razy dwanaście, są 60; mam już Mianownika dla nowych frakcyi pospolitego. Teraz szukam Licznika dla pierwszej frakcyi tak: biorę danego Licznika 1, y rozmnażam go przez Mianowniki inszych frakcyi procz swego, to iest: rozmnażam go przez 4 y przez 5, mam produkt 20, który piszę za Licznika frakcyi pierwszej nowej. Potym rozmnażam Licznika danego drugiej frakcyi 2, przez Mianowniki procz swego, to iest: przez 3 y przez 5, mam produkt: 30, który piszę za Licznika

dru-

drugiey frakcyi nowey. Naostatek rozmnażam Licznika danego frakcyi trzeciej 3, przez inne Mianowniki procz swego, to jest: przez 3 y przez 4; mam produkt 36, który piszę za Licznika frakcyi nowey trzeciej. Mam tedy nowe frakcye z iednakowym Mianownikiem we wszytkim danym frakcyom proporcjonalnie rowne. Oto przykład:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{20}{36}, \frac{30}{36}, \frac{36}{36}.$$

Tym sposobem choćby naywięcey frakcyi mogą łatwo do iednego Mianownika sprowadzić.

19. Jak inaczey można frakcye do iednego Mianownika przywieść y kiedy?

W ten czas można łatwiey y krocey dane frakcye do iednego Mianownika przywieść, kiedy Mianownik iedney ze dwóch frakcyi spełna dzieli Mianownika frakcyi drugiey; bo na ten czas przez wieloraz z tey dywizyi wypadający, rozmnożywszy Licznika y Mianownika frakcyi mnieyszey, to jest tey frakcyi, ktorey Mianownik Mianownika frakcyi drugiey spełna podzielił; obydwie łamane liczby będą miały iednakowego Mianownika: na przykład. W tych frakcyach: $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{12}$, ponieważ Mianownik 4 pierwszej frakcyi zamyka się zupełnie trzy razy w Mianowniku 12 drugiey frakcyi daney; więc przez ten wieloraz 3 rozmnażam Licznika y Mianownika pierwszej frakcyi mnieyszey: $3 \times \frac{3}{4}$, mam $\frac{9}{12}$, ktora frakcya tegoż samego ma Mianownika, co y druga $\frac{1}{12}$. Oto przykład:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{12}, \frac{1}{12}.$$

20. Jak poznać można większość iedney frakcyi od drugiey?

Z nau-

Z nauki w tym paragrafie daney łatwo poznać można, iż ta z danych frakcyi jest większa, która ma większego Licznika, sprowadziwszy ie wprzód do iednego Mianownika, iako w danych przykładach widzieć się daie.

S. 4.

O sprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, y przeciwieie całkowitych na łamane; oraz o ułomkach liczby łamanej.

21. Jak liczbę łamaną na liczby całkowite obrocic?

Kiedy frakcyja Licznika albo rownego, albo większego ma od Mianownika, w ten czas, iako się wyżej powiedziało, frakcyja taka iest niewłaściwa, y przeto obraca się na liczby całkowite bardzo łatwo, tym sposobem: Licznik frakcyi daney dzieli się przez swego Mianownika, wieloraz wypadający pokaże liczbę całkowitą. N. p. mając: $\frac{5}{5}$ pięć z pięciu części iednego złotego, dzielię Licznika 5 przez Mianownika 5, y wypada ieden złoty. Podobnie $\frac{16}{8}$ talara bit: znaczy talerow bitych 2.

22. Jeżeli po odprawioney dywizyi co się zостаie, co z tym czynić potrzeba?

Na ten czas reszta pozostala od złożenia liczby całkowitey, kładzie się za frakcyą z tymże samym Mianownikiem, który teraz dzielnikiem był: n. p. Mając $\frac{15}{8}$ złotego; po uczynioney dywizyi, mam złotych $2 \frac{3}{8}$ albo $\frac{19}{8}$, iedną ze dwóch części, czyli połowę złotego, to iest: groszy 15. (c)

23.

[c] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi y miary mnieysze na większe: tak: $2 \frac{4}{8}$ groszy = złotym 12. Tak $\frac{8}{4}$ ćwierci = łokciom 2.

23. Przeciwnie iak się liczba całkowita na liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Mianownika przywodzi?

Przywodzi się tak: dana liczba całkowita rozmnaża się przez danego Mianownika, produkt wypadający będzie jego Licznikiem: n. p. Chcę 4 obrocić na liczbę łamaną, ktorey Mianownikiem ma być 5. Rozmnażam daną liczbę całkowitą 4 przez danego Mianownika 5, a produkt wypadający piszę za Licznika, y mam frakcyą $\frac{20}{5}$ równą we wszystkim danej liczbie całkowitej 4; gdyż 20 podzieliwszy przez 5, wypadną nazad 4 całkowite. Tak chcąc 6 złotych sprowadzić do Mianownika 30; rozmnażam 30 przez 6, wychodzi łamana liczba $\frac{180}{6}$, to jest: groszy 180 = 6 złotych. (d)

24. Jedno iak się na frakcyą obraca?

Ponieważ iedno nic nierozmnaża, więc to iedno całkowitej liczbie za Mianownika podkładam, y staie się niby frakcyą. N. p. $7 = \frac{7}{1}$. Czego niżej w rozmnożeniu y podzieleniu liczb łamanych nie mały pokaże się pożytek y używanie.

25. Co tu ieszcze uważać y zachować trzeba?

Kiedy liczba całkowita ma frakcyą przyległą. w ten czas do produktu przydać trzeba Licznika frakcyi danej. N. p. 3 y $\frac{2}{7}$ chcąc sprowadzić.
wa-

[d] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi y miary większe na mniejsze, rozmnożywszy ie przez monety, wagi y miary mniejsze, ktore w sobie samykalą. Tak Talerow bitych 20, rozmnożywszy przez 8, mam złotych: 160. Korcy to rozmnożywszy przez 32, mam garcy: 320.

wadzić do Mianownika 5; po rozmnożeniu 5 przez 3, dodając do produktu 15, Licznika 2, y mam nową frakcyą: $\frac{17}{15} = 3 \frac{2}{15}$.

Poyćźmy iuż do ułamkow liczby łamaney.

26. Jak ułamki liczby łamaney na iedną prostą frakcyą sprowadzić?

Trzeba rozmnożyć tak Liczniki, iako y Mianowniki między sobą, wypadnie iedna frakcyą pierwszym zupełnie równa: n. p. Z tych dwóch frakcyi: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$, z których pierwsza iest ułamkiem drugiey, chcąc iedną frakcyą zrobić: rozmnażam osobno Liczniki między sobą: 1×2 ; y Mianowniki: 2×3 . Produkt z Licznikow 2, będzie nowym Licznikiem, a produkt z Mianownikow 6, będzie nowym Mianownikiem frakcyi tej: $\frac{2}{6}$ rowney we wszytłkim daney frakcyi z iey ułamkiem: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$.

27. Jak to można przykładem iakim objaśnić?

Wspomnionym przykładem tak to objaśniam: mając $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$ iednego złotego, to iest: groszy 10, iednoż iest, iak gdybym miał $\frac{2}{3}$ tegoż samego złotego. Bo frakcyą $\frac{2}{3}$ na mnieysze terminy sprowadzona, czyni: $\frac{4}{6}$, to iest: groszy 10; a ponieważ $10 \text{ gr.} = \frac{1}{2} | \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 10$. Więc groszy 10 = 10 groszy.

Toż samo czynić potrzeba, kiedy więcej ułamkow iedney frakcyi przyidzie na iedną frakcyą zbierać. N. p. następuiącey frakcyi ułamki: $\frac{1}{4} | \frac{2}{3} | \frac{4}{6}$, w iedną zbiwwszy, będę miał frakcyą tę: $\frac{3}{12}$ danym ułamkom zupełnie równą. (e)

§. 5.

[e] Ułamki liczb łamanych ztąd powstają, kiedy iaka frakcyą obraca się w inną do danego Mianownika, a Mianownik pierwszy frakcyi, produkt wypadły nie-

§. 5.

O dodawaniu y odcąganiu liczb łamanych.

28. Jak liczby łamane dodawać?

Jeżeli łamane liczby do zniesienia dane mają jednego Mianownika, tak się w nich czyni addycya: dodają się wszystkie Liczniki, a summie; tenże sam Mianownik dany podpisuje się: n. p. Chcąc dodać te frakcyje: $\frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$; zbieram Liczniki, y mam z nich summę zebrałą 15, ktorey podkładam pospolitego Mianownika, y wypada frakcya: $\frac{15}{12} = 1 + \frac{3}{12}$, czyli $= 1 + \frac{1}{4}$.

Jeżeli zaś liczby łamane, ktore mam dodawać, różnych mają Mianowników, takowe wprzód sprowadzam do jednego Mianownika przez pytanie 17, dopieroż zbieram Liczniki spo-

pełna dzieli, ztąd rodzi się frakcya frakcyi. Na przykład. Chcąc $\frac{2}{3}$ sprowadzić do frakcyi, ktoraby miała Mianownika 5; rozmnażam Licznika 2, przez danego Mianownika 5, mam produkt 10, ten dzielę przez Mianownika pierwszy danej frakcyi 3; po dywizyi zostaje się 1; więc kładę wieloraz 3 nad Mianownikiem 3, tak: $\frac{3}{3}$, y zaraz przyłączam frakcyą z reszty wynikającą, z dawnym Mianownikiem $\frac{1}{3}$, która jest ułamkiem liczby łamanej, tak ie pisząc: $\frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, y tak ie wymawiam: dwa ze trzech sprowadzone od Mianownika pięciu, czynią: trzy z pięciu, y jeden ze trzech, jednego z pięciu: $\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ równe są: $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$ tak tego dowieść można: ten ułamek liczby łamanej: $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ do iedney frakcyi sprowadziwszy, mam: $\frac{2}{3}$; więc $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$. Te frakcye sprowadzam do iednego Mianownika, mam: $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$; a dodając ie hędzie: $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$. Na koniec tę frakcyą: $\frac{10}{15}$ na mnieysze terminy sprowadziwszy, dzieląc n. p. przez 5, wypadnie: $\frac{2}{3}$; więc: $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Sposobem wzmiankowanym, n. p. Chcąc dodać te frakcye: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$. Sprowadzam ie wprzod do iednego Mianownika, y mam nowe frakcye przeszłym rowne: $\frac{2}{6} + \frac{2}{6}$. Teraz dodane czynią: $\frac{4}{6} = 1 + \frac{2}{6}$.

29. Jeżeli liczby łamane mają przy sobie liczby całkowite, co w ten czas czynić potrzeba?

Jeżeli liczby całkowite z łamanemi przyidzie zbierać, tedy osobno znoszą się liczby całkowite, osobno liczby łamane; n. p. Dodając gr: $2 + \frac{1}{3}$ y groszy $5 + \frac{2}{3}$, uczynią gr: $7 + \frac{3}{3} = 8$, wszystko $= 8$ groszy.

Poydźmy już do odciągania liczb łamanych.

30. Jak liczby łamane odciągać?

Odciąga się Licznik mniejszy od większego, jeżeli frakcye mają iednego Mianownika; a jeżeli nie, to się wprzod do iednego Mianownika sprowadzają, a reszcie po odciągnięciu podpisuje się pospolity Mianownik. N. p. $\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ albo $\frac{1}{3}$. Także chcąc odciągać z $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$; sprowadzam frakcye do iednego Mianownika, y mam: $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$. Teraz Liczniki odciągnąwszy, mam frakcyą: $\frac{1}{3}$.

31. Co ieszcze w odciąganiu liczb łamanych uważać trzeba?

To ieszcze zważać potrzeba: kiedy przyidzie odciągać liczby całkowite z łamanemi, od całkowitych oraz z łamanemi, w ten czas całkowite odciągamy od całkowitych, a łamane od łamanych, podkładając reszcie pospolitego Mianownika. N. p. z $7 + \frac{2}{3}$ chcąc odciągnąć $3 + \frac{1}{3}$, zostaje się $4 + \frac{1}{3}$.

Kiedy zaś dana będzie frakcya do odciągnięcia iey od liczby całkowitey, tedy wprzod całkowitą sprowadzam na frakcyą, do Mianownika

wnika przyległej frakcyi, toż dopiero czynię Subtrakcyą, n. p. Chcąc odciągać z $5 - \frac{1}{4}$, rozmnażam nayprzod 5 przez danego Mianownika 3, mam frakcyą z tymże Mianownikiem $\frac{15}{3}$, od ktorey odciągamy $-\frac{1}{3}$, y zostaje się: $\frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$.

Podobnym sposobem chcąc od 9 odciągnąć $4 \frac{1}{3}$. Nayprzod i z całkowitey liczby 9 obracam na frakcyą, ktoraby miała tegoż Mianownika, co y frakcyą dana, y będzie frakcyą $\frac{9}{3}$, od ktorey odciągamy $-\frac{1}{3}$, zostanie się: $\frac{8}{3}$; potym odciągamy liczby całkowite 4 od 8 (bom iedno na frakcyą sprowadził) y zostanie się mi wszystkicho: $4 \frac{2}{3}$. Albo też 4 całkowite sprowadzam nayprzod do Mianownika 5 przyległej frakcyi przez moltiplikacyą, a do produktu dodaję Licznika danego 3, y mam nową frakcyą: $\frac{23}{5}$. Potym 9 całkowite sprowadzam także do Mianownika danego 5, y będę miał frakcyą: $\frac{45}{5}$. Teraz z tych frakcyi: $\frac{45}{5} - \frac{23}{5}$ odciągnąwszy mnieyszą od więkzey, zostanie się: $\frac{22}{5} = 4 \frac{2}{5}$.

Na to pomnieć tu należy, iż do zbierania y odciągania liczb łamanych, potrzeba zawsze, aby iednego Mianownika miały.

§. 6.

O rozmnożeniu, y podzieleniu liczb łamanych.

23. **J**ak się czyni moltiplikaeya liczb łamanych?

Moltiplikuią się Liczniki y Mianowniki między sobą, produkt z Licznikow, będzie Licznikiem nowey frakcyi, a produkt z Mianownikow będzie Mianownikiem frakcyi nowey. N. p. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$.

33. Ktore przypadki w rozmnożeniu liczb łamanych trafić się mogą?

Te trzy następujące: albo rozmnażać przyidzie frakcyą przez frakcyą; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą; albo nakoniec mnożyć przyidzie całkowitą z liczbą łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

34. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, Liczniki y Mianowniki osobno rozmnożyć, y będzie odprawiona multiplikacya. N. p. chcąc mnożyć $\frac{5}{7}$ przez $\frac{3}{4}$: rozmnożywszy Liczniki 5×3 , y Mianowniki 7×4 , wypadną produkta: $\frac{15}{28} = \frac{3}{\frac{28}{15}}$. Podobnie rozmnażając $\frac{2}{3}$ przez $\frac{3}{4}$, wypadnie produkt: $\frac{6}{12}$.

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitey podkłada się za Mianownika 1, potym czyni się multiplikacya sposobem ukazanym. N. p. chcąc 5 przez $\frac{3}{4}$ rozmnożyć, podkładam pod 5 iedno, y będę miał niby frakcyą: $1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = 1 \frac{3}{4}$.

36. Co nakoniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzają się wprzód na liczby łamane, dopieroż czyni się multiplikacya sposobem opisanym, n. p. Chcąc rozmnożyć 7 przez $2 \frac{2}{3}$; sprowadzam najprzód 2 całkowite do Mianownika frakcyi przy-

przyległej 3, a pod 7 kładę 1, y mam frakcyę nowę: $\frac{7}{1} \times \frac{5}{3}$, które rozmnożykowane czynią: $\frac{7}{1} = 18 \frac{2}{3}$. Podobnie gdy chcę mnożyć: 6 y $\frac{2}{3}$ przez 3 y $\frac{2}{3}$, sprowadzam liczby całkowite do frakcyi danych Mianowników, y rozmnożywszy Licznikow y Mianownikow, wypadnie produkt: $\frac{36}{9} = 24 \frac{1}{3}$, albo $\frac{7}{3}$.

37. Pokażmy w przykładzie pożytek mnożyci liczb łamanych?

Niech będzie następujący przykład: Płacę łokieć sukna po 6 $\frac{2}{3}$, to jest po złot: 6. y gr: 20, pytam wiele zapłacić potrzeba za 20 $\frac{2}{3}$, to jest za łokci 20 y ćwierci 2?

Sprowadzam najprzód liczby całkowite do przyległych im frakcyi, to jest: $6 \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$, a $20 \frac{2}{3} = \frac{82}{3}$. Rozmnożywszy między sobą te frakcyę: $\frac{20}{3} \times \frac{82}{3}$, wypadnie: $\frac{1640}{9} = 136 \frac{4}{9}$ czyli $\frac{2}{3}$. Więc za łokci 20 y ćwierci dwie, dać powinienem złot: 136. y gr: 20.

38. Jak łatwo liczb łamanych mnożyci odprawić można y kiedy?

Liczb łamanych mnożyci odprawić także można przez dywizyę, dzieląc na krzyż Mianownik frakcyi iedney przez Licznik frakcyi drugiey, y wzajemnie; lecz tylko w ten czas, gdy się bez reszty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcyę: $\frac{2}{3}$ przez $\frac{8}{10}$, dzielę 8 przez 4, a 10 przez 2, y mam produkt danych frakcyi: $\frac{2}{3}$. Jakoż mnożąc te dwie frakcyę wyżej podanym sposobem, toż samo wypadnie. Bo $\frac{2}{3} \times \frac{8}{10} = \frac{16}{30} = \frac{2}{3}$.

Okazanie czyli demonstracya mnożyci liczb łamanych.

Mnożyci frakcyę A przez frakcyę B, jest to
wyna-

wynaleść za produkt frakcyą C, ktoraby się tyle razy mieściła w frakcyi mnożney B, ile razy frakcyą A za rozmnożyciela dana, mieści się w jednym. A że w tym razie, iako frakcyą C dwa razy mieści się w frakcyi B, tak frakcyą A dwa razy mieści się w jednym; zaczyn frakcyą C jest produkt frakcyi B. rozmnożney przez frakcyą A:

$$A. \quad B. \quad C.$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}.$$

Ztąd każdy doysć może, dla czego zmultiplikacyi liczb łamanych A y B, produkt C wynikający mniejszy jest od frakcyi, które między sobą mnożę. Bo ponieważ i tak się ma do frakcyi A, iak się ma frakcyą B do frakcyi C (iakośmy w moltiplikacyi prostey powiedzieli) a iedno jest większe nad frakcyą A; więc y frakcyą B większa być powinna nad frakcyą C; a zatym produkt przez frakcyą C wyrażony, powinien być mniejszy.

Teraz o dzieleniu liczb łamanych mówić będziemy.

39. Jak się odprawia dywizya liczb łamanych?

Generalnie mówiąc, odprawnie się, dzielnika wśpak obracając, to jest Licznika kładąc na miejscu Mianownika, a Mianownika na miejscu Licznika, potym Liczniki y Mianowniki osobno między sobą rozmnożywszy, produkt wypadający, będzie wielorazem frakcyi danej. N. p. przez $\frac{2}{3}$ dzieląc $\frac{1}{2}$, będzie:

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 1 \frac{1}{4}.$$

40. Wiele przypadkow w dzieleniu liczb łamanych trafić się może?

Podobnie iak w moltiplikacyi, trzy przy-

F pad-

padki trafić się mogą; bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo na koniec liczbę całkowitą z łamaną, przez całkowitą oraz z łamaną.

41. Jak się w pierwszym przypadku frakcyą przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca się wśpak, iakośmy dopiero powiedzieli, dopieroż czyni się moltiplikacya, n. p. Chcąc dzielić $\frac{2}{3}$ przez $\frac{1}{4}$; obracam dzielnika $\frac{1}{4}$ wśpak, mam $\frac{4}{1}$; teraz moltiplikuiac Liczniki 4 X 3 y Mianowniki 5 X 1, wypadnie wieloraz $1\frac{2}{5} = 2\frac{2}{5}$. Podobnie dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{1}{4}$, obrociwszy wśpak dzielnika, y liczbę rozmnożywszy, wypadnie wieloraz $2\frac{4}{7} = 3\frac{3}{7}$.

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Jle razy przyidzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitey podłożyć iedno, a dzielnika wśpak obrocić, potym moltiplikować Liczniki y Mianowniki; produkt będzie danym wielorazom: n. p. Chcąc dzielić 3 przez $\frac{1}{4}$; podkładam trzem iedno, mam: $\frac{3}{1}$, y wśpak obrociwszy dzielnika $\frac{1}{4}$, y moltiplikacyą uczyniwszy, będzie: $1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$. Podobnie $\frac{12}{7}$ dzieląc przez 6, dadzą wieloraz: $\frac{2}{7}$ albo $\frac{1}{3\frac{1}{2}}$.

43. Jak na koniec w trzecim przypadku odprawuie się liczb łamanych dywizya?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą oraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzód sprowadzić do frakcyi przyległych, a potym czynić rachubę, iak się w pierwszym przypadku powiedziało: n. p. Chcę dzielić 7

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ przez $\frac{1}{3}$. Sprowadzam wprzód 7 do frakcyi przyległej, będzie $\frac{22}{3}$. Dzielnika wśpak obracam, mam: $\frac{4}{3}$. Teraz $\frac{22}{3} \times \frac{3}{4}$, wypadnie wieloraz: $\frac{22}{3} = 29 \frac{1}{3}$. Podobnie chcąc dzielić $5 \frac{1}{2}$ przez $4 \frac{1}{2}$, sprowadziwszy liczby całkowite do przyległych frakcyi, y dzielnika wśpak obrociwszy, wypada wieloraz: $\frac{11}{2} = 11 \frac{1}{2}$.

44. Jak łatwiej y kiedy liczby łamane dzielić można?

1. Kiedy Mianownik w oboiej frakcyi jest tenże sam, tedy Mianownikow zmażawszy, Licznika przez Licznika dzielę, y mam wieloraz prawdziwy; a jeśli się co w dywizyi zostało, to piszę przez frakcyą z Mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak n. p. dzieląc $\frac{4}{2}$ przez $\frac{2}{2}$, zmażawszy Mianowniki dane, a podzieliwszy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc $\frac{3}{2}$ przez $\frac{2}{2}$, mażę Mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwszy wyniknie: $1 \frac{1}{2}$.

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika daney, pełna dzielą terminy frakcyi podzielney, na ten czas nowy Licznik y Mianownik, które z tey dywizyi wynikną, będą wielorazem danej frakcyi. Tak n. p. chcąc dzielić frakcyą $\frac{9}{2}$ przez $\frac{2}{2}$, podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową: $\frac{3}{2}$, która jest prawdziwym wielorazem danych frakcyi. Zarownie dzieląc $\frac{6}{2}$ przez $\frac{2}{2}$, wypadnie: $\frac{3}{2}$.

Okazanie, czyli demonstracya roboty w dzieleniu liczb łamanych:

Dzielić frakcyą A przez frakcyą B, jest wynaleść wieloraz C, do którego jedno tę powinno mieć proporcycą, iaką ma dzielnik B

do liczby podzielney A, podług reguły o dywizyi prostej wyżej podanych. Lecz że w tym razie, iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcyja dzieląca B do frakcyi podzielney A. Jedno albowiem tak się ma do frakcyi C, iak się ma Mianownik teyże frakcyi 3 do swego Licznika, przez Axyoma 1. Frakcyja zaś B do frakcyi A tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż sprowadziwszy te dwie frakcyje A y B do iednego Mianownika, mam frakcyje: M y N. frakcyjom A y B we wszystkich równe; te zaś dla iednakowego Mianownika tę mają do siebie proporcją iak 3 do 4; a zarym iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcyja B do A; przeto frakcyja C iest wieloraz frakcyi A y B do podzielenia danych.

B.	A.	C.	
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{4}{3}$
M.	N.		
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$		L. $\frac{4}{3} :: 3. 4.$

Z tey demonstracyi łatwo doysć można przyczyny, dla ktorey w dywizyi liczb łamanych, wieloraz wypada więkſzy nad liczbę do podzielenia daną; co się w ten czas przytrafia, kiedy frakcyja dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do wieloraza; odmieniwszy tę proporcją, dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do wieloraza. A że dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zacych y liczba podzielna od wieloraza mnieysza być powinna.

Proby Addycyi, Subtrakcyi, moltiplikacyi y dywizyi liczb łamanych, też same są, ktore się

się podały wyżey w regułach liczb całkowitych; to jest: Addycya doświadcza się przez Subtrakcyą. Subtrakcyą przez Addycyą, Multyplikacyą przez dywizyą, Dywizyą przez multiplikacyą, sposobem tamże przepisany. (f)

R O Z D Z I A Ł III.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

§. I.

O Proporcji w powszechności.

I. **W**lele jest reguł wyższej Arytmetyki? Reguły wyższej Arytmetyki pospolicie rachują się cztery, to jest: 1. Reguła proporcji. 2. Reguła Towarzystwa, albo spółki. 3. Reguła wiązana. 4. Reguła domniemania, czyli fałszywego założenia. Do tych przydają Arytmetycy: wyciąganie scian y skoki liczbowe. Pierwsza z wyrażonych reguł jest nayprzedniejsza, gdyż na niey inne gruntują się, y bez iey pomocy odprawić się nie mogą. Zaczynam do zupełnego iey zrozumienia, za rzecz potrzebną sądzę, o liczbach proporcjonalnych y ich własnościach nieco pomówić.

F 3

2. Co

[f] Cokolwiek dorad o Addycyi, Subtrakcyi, multiplikacyi y dywizyi liczb tak całkowitych, iako y łamanych powiedzieliśmy, to wszystko jest fundamentem całej głębszej Arytmetyki; bez tych fundamentow dalsze y wyższe Arytmetyki reguły żadną miarą rozwiązane być nie mogą. A ztąd iasnie pokazuje się niemający pożytek y potrzeba wiadomości liczb nie tylko całkowitych, ale y łamanych, w następujących regułach Arytmetycznych, a nayprzód w regule proporcji.

2. Co to jest proporcya w powszechności?
co względ albo *ratio*?

Proporcya jest to dwóch względów wzajemnych pewne porównanie albo pomiarkowanie. Ten zaś względ (*ratio*) jest dwóch liczb albo rzeczy, iedney do drugiej stosowanie albo mienie się. Tak n. p. 6 y 3 do siebie stosując, widzę, że liczba 6 liczbę 3 dwa razy w sobie zamyka, a liczba 3 w liczbie 6 także dwa razy się zamyka. Podobnie te liczby: 2 y 1 do siebie stosując, widzę, że 2 dwa razy 1 w sobie zamyka, a 1 we dwóch także dwa razy się zawiera. Otoż ten względ liczb zowie się proporcją, która w wyrażonych dopiero liczbach zachodzi dwakrotnie; bo iak 3 w 6, tak 1 w 2 dwa razy się zamyka.

3. Jak się zowią te terminy?

Pierwszy termin zowie się pierwszy poprzedzający (*Antecedens.*) Drugi zowie się drugi następujący (*Consequens.*) Trzeci zowie się drugi poprzedzający. A czwarty drugi następujący. Pierwszy także y ostatni terminy, zowią się ostatniemi; a drugi y trzeci: średnie nazywają się. Cztery te terminy tenże sam względ między sobą mające, zowią się proporcjonalne.

4. Wieloraka jest proporcya?

Jest dwoiaka: rozdzielna (*Discreta*) y ciągła (*continua.*)

5. Co jest proporcya rozdzielna a co ciągła?

Rozdzielna jest ta, w ktorey liczby czyli terminy proporcji po razu iednym, a każdy z osobna bierze się. N. p. 2. 4 :: 3. 6. Mówię: tak się ma 2 do 4. iak 3 do 6. Bo 2 we 4 zamyka się dwa razy, a 3 w 6 także dwa

razy

razy zamyka się. Albo od końca: 6 tę liczbę 3 dwa razy w sobie zamyka; podobnie 4 tę liczby 2, dwa razy w sobie zawiera. Tey proporcji w następujących regułach największej y najczęściej używać będziemy.

Ciągła zaś proporcja jest ta, kiedy liczba czyli termin we środku położony, dwa razy bierze się y porównywa, raz iak poprzedzający, drugi raz iak następujący. N. p. $\div 4. 2. 1.$ Mówię iak się mają 4 do 2, tak się mają też same 2 do 1. Gdzie 2 raz się biorą za termin następujący, drugi raz za termin poprzedzający. Ta proporcja w Skokach liczbowych będzie nam potrzebna.

6. Ktore są *Lemmata*, albo fundamenta upewniaszące o niezawodnych własnościach proporcji?

Są te trzy następujące:

Pierwsze. Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcjonalne, tedy produkt z liczby pierwszej y ostatniej, równy będzie produktowi z liczby drugiej y trzeciej. Dajmy cztery liczby proporcjonalne:

$$3. 6 :: 4. 8.$$

Jako $3 \times 8 = 24.$ Tak wzajemnie $6 \times 4 = 24.$ Na tym Lemmacie zasada się robota reguły proporcji prostej y iej proba. Albowiem jeżeli produkt przez jedną liczbę, z liczb między sobą rozmnożonych, będzie podzielony, druga z nich za wieloraz wypadnie. N. p. jeżeli produkt 24 wynikający z moltiplicacji 4×6 podzielony będzie przez 6, wypadną 4; jeżeli przez 4, wypadną 6.

Dla tego jeżeli dane będą trzy liczby czyli terminy proporcjonalne n. p. $3. 6 :: 4.$ a szu-

ka

ka kto czwartego, do którego tę by miał proporcją trzeci, którą ma pierwszy do drugiego; niechay drugi termin rozmnoży przez trzeci, a produkt podzieli przez pierwszy, wypadnie czwarty termin proporcjonalny 8.

Przyczyna tego ta jest: bo z moltiplikacyi drugiego terminu przez trzeci, tenże produkt wypada, któryby wypadł z moltiplikowania pierwszego przez czwarty niewiadomy. Więc przez moltiplikacyą drugiego przez trzeci, już mam termin czwarty, ale jeszcze w większey liczbie ukryty. Gdy tedy podzielę ten produkt przez termin pierwszy, wypadnie drugi faktor, czyli czwarty termin dotąd ukryty. Tymże sposobem znajduie się termin pierwszy, dzieląc produkt z liczb średnich przez termin ostatni; wypadnie pierwszy.

Drugie Lemma. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, jak na wywrot termin czwarty do drugiego, tedy produkt z pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego. Daymy cztery liczby następujące: 1. 6 :: 2. 3.

W tych liczbach, że między pierwszym terminem 1 y trzecim 2, taż sama zachodzi proporcya, która między terminem czwartym 3 y drugim 6, tedy będzie proporcya porządna: 1. 2 :: 3. 6. Przeto podług Lem: I. $1 \times 6 = 2 \times 3 = 6$. A zatym produkt z pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

Na tym Lemmacie zasadza się reguła proporcji wspak wywrocona. Ponieważ bowiem w tej proporcji produkt z terminu pierwszego

go y drugiego iest rowny produktowi z trzeciego y czwartego, więc produkt z pierwszego y drugiego, dzieląc przez termin trzeci, wypadnie czwarty ukryty; który tak się mieć będzie do drugiego, iak pierwszy do trzeciego. N. p. $1. 6 :: 2. 3.$

Trzecie Lemma. Jeżeli dane będą trzy liczby ciągle proporcjonalne, produkt z pierwszej y trzeciej, rowny będzie produktowi drugiej w się wprowadzonej (to iest przez siebie samę rozmnożonej) y przeciwnie produkt średniej w się wprowadzonej, rowny będzie produktowi z pierwszej y trzeciej. N. p. $1. 2. 4. 1 \times 4 = 2 \times 2 = 4.$

Szukając więc w ciągłej proporcji trzeciego terminu nieznanego, drugi termin przez się rozmnazam, a produkt dzielę przez pierwszy, wypadnie trzeci ukryty. N. p. porównyując 2 do 4, a chcąc wiedzieć iaka będzie trzecia liczba, do ktoreyby 4 też samę miały proporcją, ktorą mają 2 do 4, średnią liczbę 4 przez siebie rozmnazam, wychodzi 16, dzielę ten produkt przez pierwszą liczbę 2, wypada trzecią proporcjonalną 8. (g) Tego Lemmatu pożytek ukaże się niżej, gdy będziemy mówili o wynaydowaniu różnych liczb ciągle proporcjonalnych.

§. 2.

O regule proporcji albo trzech prostey.

7. **C**O iest reguła proporcji?
Jest ta, która uczy, y podaje sposób,
do

[g] Za pomocą wspomnianych proporcji wiele dziwnych rzeczy solwować można, które prostactwo za niepojęte sądzi, y które rozwiązane za cud iakiś pożytywać zwykło.

do wynalezienia ze trzech liczb wiadomych czwartej niewiadomej proporcjonalnej. Y dla tey przyczyny zowie się regułą proporcji.

8. Jak się inaczej nazywa reguła proporcji?

Nazywa się ieszcze: Regułą złotą, albo regułą trzech.

9. Dla czego zowie się regułą złotą, dla czego regułą trzech?

Złotą nazywa się dla zacności y nieskończonego pożytku w pożytku ludzkim. Regułą zaś trzech zowie się przeto, iż ze trzech liczb danych y wiadomych, czwartej niewiadomej dochodzi.

10. Wielorako dzieli się reguła proporcji?

Dzieli się pospolicie czworako: na prostą y składaną porządną; potym na prostą wspak obroconą y na składaną wspak obroconą. O każdej w szczególności mówić będziemy.

11. Co jest reguła proporcji prosta porządną?

Jest ta w ktorej czwartego terminu szukamy takiego, któryby też samę miał proporcją do trzeciego, iaką ma drugi do pierwszego. Wiedzieć albowiem trzeba, iż w regule proporcji prostej, im większy jest termin trzeci od pierwszego, tym czwarty większy być powinien od drugiego; y przeciwnie, im trzeci termin mniejszy jest od pierwszego, tym czwarty mniejszy być powinien od drugiego. W przykładach następujących iasnie to się pokaże.

12. Jak się w tey regule proporcji prostej terminy układają?

Ta

Ta liczba, do ktorej jest przywiązane pytanie czyli zadanie, kładzie się na miejscu trzecim, ta zaś która z liczbą na miejscu trzecim położoną, jednego jest gatunku, kładzie się na miejscu pierwszym; ta która się zostaje, kładzie się we środku.

Przykład 1. Pytam się wiele dać potrzeba za 5 bochenkow chleba, którego jeden bochenek płaci się po groszy 3?

Ponieważ w tym przykładzie liczba 5, ma do siebie przyłączone pytanie, więc te 5 bochenkow kładę na miejscu trzecim, a 1 bochenek kładę na miejscu pierwszym, zostającą się liczbę innego gatunku, kładę we środku tym sposobem:

I. 3 :: 5...

13. Jak się ta reguła prostej proporcji odprawuje?

Odprawuje się tak: Termin drugi rozmnaża się przez trzeci, a produkt z tej multiplikacji wynikaący, dzieli się przez termin pierwszy. Wieloraz wypadający będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcjonalnym, y na zadane pytanie odpowie. Ta robota zasadza się na Lem: I.

Tak w danym przykładzie, rozmnażam 3 przez 5, a produkt 15 dzielię przez termin pierwszy 1. Lecz ponieważ jedno nie dzieli, mam na czwarty termin 15. Oto robota:

Chleb	gr:	Chl:	gr:
I.	3::	5.	15.
	5		
	15.		

Jedno nie dzieli, więc 15 gr: dać trzeba za 5 bo-

5 bochenkow chleba, gdy się jeden płaci po 3 grosze.

Przykład II. Wydał kto przez 4 miesiące złot: 25, pytam przez rok cały, czyli przez 12 miesięcy wiele wyda, iedacstajny kładąc wydatek? Liczba wynaleziona 75.

Robota. Miesi: zł: Miesi: zł:

4. 25:: 12. 75.

12

50

25

4	30,0	75.
	28.	

20.

20

Przykład III. Posłaniec na dzień ubiega mil 8. pytam mil 40 za wiele dni ubieży? Liczba szukana: 5.

Robota. Mile dni Mile dni.

8. 1:: 40. 5.

8	40	5
	40	

14. Co na ten czas czynić potrzeba, kiedy dane terminy będą różnego gatunku?

Trzeba ie przed operacją zbić na ieden gatunek, potym tak czynić iak wyżej.

Przykład. Rzemieślnik n. p. Mularz bierze na dzień złot: 2; pytam za cały miesiąc wiele zarobi?

W tym

W tym przykładzie ponieważ zachodzą terminy różnego gatunku dni y miesięcy, zaczynamy miesiąc obracam na dni 30, y układam proporcją:

Dni.	złote.	Dni	złote.
1.	2 ::	30.	60.
		2	
		<hr/>	
		60.	

Więc za miesiąc zarobi złot: 60.

Przykład 11. Dzień 1 daie godzin 24, rok cały czyli dni 365 wiele godzin dadzą? Liczba szukana: 8760.

15. Co jeszcze w tych terminach uważać trzeba?

Jeżeli produkt z drugiego y trzeciego terminu, mniejszy będzie od terminu pierwszego, a przeto przezeń nie będzie mógł dzielić, na ten czas ow produkt czyli drugi termin wprzod na niższy gatunek sprowadzić trzeba, toż dopiero dywizyą cynić.

Przykład. Za pułsetek płotna, to jest za łokci 50 dałem złotych 25; pytam ile ieden łokieć kosztuje?

Układam terminy:

Łok:	złot:	Łok:	złot:
50.	25 ::	1.	.

Ponieważ iedno niemultiplikuje, a 25 złotych przez 50 łokci dzielić nie mogę; więc złote sprowadzam na grosze, y mam gr: 750. Mowię tedy: jeżeli za 50 łokci dałem groszy 750. Coż przypadnie za 1 łokieć? Wypada groszy 15.

Łok:	groszy	Łok:	gr:
50.	750 ::	1.	15.

16. Kie-

16. Kiedy liczby całkowite mają przyległe frakcyę, co na ten czas czynić potrzeba?

Trzeba liczby całkowite obrocic na frakcyę przyległe; pod temi zaś liczbami całkowitemi, ktore frakcyi żadney nie mają, podkłada się 1 za Mianownika; potem odprawuie się multiplikacya y dywizya sposobem o liczbach łamanych przepisany:

Przykład 1. Za łokieć 1 Felpy dałem złotych 2 y $\frac{1}{2}$; chcę wiedzieć wiele trzeba będzie dać za łokci 6 y $\frac{3}{4}$; to jest za 6 łokci y trzy ćwierci? Liczba szukana: złot: 16 $\frac{1}{8}$.

$$1. \quad 2 \frac{1}{2} : : 6 \frac{3}{4} ..$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} : : \frac{27}{4} \cdot 16 \frac{1}{8}.$$

Ten przykład y inſze podobne odprawuie się przez ſamę multiplikacyą, bo iedno na pierwszym mieyscu nigdy nie dzieli.

Przykład 11. Kasper przez pultzeci godziny ubiegł mil 4 $\frac{1}{4}$; pytam wiele ubiec powinien za godzin 9 $\frac{1}{2}$? Liczba szukana: 16 $\frac{1}{16}$, albo $\frac{1}{25}$.

$$2 \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{1}{4} : : 9 \frac{1}{2} ...$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{17}{4} : : \frac{19}{2} \cdot 16 \frac{1}{25} ... (h)$$

17. Jakie jest tey reguły proſtey proporcyi ſkrocenie?

Jeżeli z ſamego ſpoyrzenia poſtrzegam, że termin pierwszy y trzeci, albo termin pierwszy y drugi, przez iaką liczbę dzielić się mogą

[h] Kto by frakcyi nicumiał, niechay gatunki wyższe zbija na niższe, dopiero niech czyni robotę; po ktorey skończoney, niech znouu gatunki niższe obraca na wyższe. N. p. w przykładzie I. 1 łokieć obracam na 4 ćwierci, 2 złote y groszy 15 obracam na gr: 75. Łokci 6 y trzy ćwierci obracam na ćwierci 27. Teraz układam proporcya: 4. 75 : : 27. ...

mogą spełna, dzielię ie przez owę liczbę, a wielofazy na miejscach dzielonych terminow kładę. Podobnie ieżeli w wspomnionych terminach znajduią się cyfry, zmazać ie mogę, wszędzie iednak równość zachowuiąc. Potym dopiero czynię robotę. Łatwiey mi zaś rozmnażać y dzielić liczby małe iak wielkie.

Przykład I. Pytam się wiele mam dać za 12 łokci sukna, ktorego łokci 2 kosztuią złotych 14? Ułożywszy terminy, widzę że pierwszy y trzeci termin dzielić się spełna może przez 2. Dzielię ie więc przez 2, a wielorazy na tych miejscach kładę. Oto robota:

) Łok: złot: Łok:	
Dzieln: 2.)	2.	14 : 3	12.
) 1.	14 : :	6. 84.

Przykład II. Sto korcy pszenicy przedaią po złot: 1000; chcę wiedzieć ile 4 korce będą kosztowały? W tym przykładzie w pierwszym y drugim terminie po dwie cyfry odcinam, y bez dywizyi wypada mi termin czwarty 40.

1|00. 10|00 :: 4. 40.

Przykład III. Biorącemu w prowizyi sześć od sta; pytam ile się należy od 38000?

1|00, 6 :: 380|00, 2280.

18. Jaki jest sposób na doświadczenie dobrze odprawioney reguły proporcyi prostey?

Ten niezawodny: ieśli produkt z liczb średnich jest rowny produktowi z liczb ostatnich, to reguła dobrze uczyniona; ieśli nie rowny, trzeba ią ponowić. Tak n. p. w przed ostatnim przykładzie, produkt z 100 X 40, rowny jest produktowi z 1000 X 4 = 4000. Ta robota zasadza się na Lem: I.

§. 3.

O regule proporcji składaney porządkney.

19. **C**O iest reguła proporcji składana? Jest ta, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych, znaydują się inż. pośrednicze, znaczące czas, zysk albo stratę, y tym podobne okoliczności, a w ktorey szuka się ieden termin nieznaiony.

20. Jak się w tey regule składaney terminy układają?

Terminy pryncypalne rozmnażają się przez pośrednicze, czyli mniej pryncypalne, tak żeby ze wszystkich terminow, trzy tylko terminy pryncypalne do operacyi wypadły. Potym czyni się operacya iak w regule prostej proporcji. Przykłady następujące rzecz tę lepiej objaśnią.

Przykład 1. Pan ieden trzem sługom za 1 kwartał dawał płaty złotych 200, chce wiedzieć, sługom 6 za 4 kwartały wiele przypadnie?

W tym przykładzie liczby znaczące sług y pieniądze, są terminy pryncypalne, liczby zaś znaczące kwartały są pośrednicze. Układają się więc tak:

$$3 \times 1. \quad 200 :: 6 \times 4.$$

$$\text{Albo tak:} \quad 3. \quad 200 :: 6$$

1

4.

Mużyplikuję teraz 6 przez 4, mam: 24; potym 3 przez 1, mam: 3, y proporcya tak stoi:

$$3. \quad 200 :: 24. \quad . \quad .$$

Mając już trzy tylko terminy proporcjonalne, rozmnażam drugi przez trzeci, a produkt dzielę

dzielię przez pierwiży, y wypada mi liczba
szukana: 1600 na czwarty termin.

Przykład II. Tysiącem złotych przez 2 le-
cie zarobił Kupiec złotych 300; stem złotych
przez lat 10 wiele może zarobić?

$$\begin{array}{rcll} 1000. & 300:: & 100. & \\ \text{Lata} & 2 & 10 & \text{Lata} \\ & 2 | 000. & 300:: & 1 | 000. \quad 150. \end{array}$$

Przykład III. Od 2000 złotych z prowizyą
czterech od sta, płaci się corocznie złotych 80;
od 12000 z prowizyą sześciu od sta, wiele
płacić przypadnie?

$$\begin{array}{rcll} 2000 \text{ X } 4. & 80:: & 12000 \text{ X } 6. & \\ 8 \text{ Dziel:)} & 8 | 000 & 80:: & 72 | 000. \\ & 1 & 10:: & 72. \quad 720. \end{array}$$

W tym przykładzie dla uniknienia multiply-
plikacyi dzielię terminy multiplykowane pier-
wży y drugi przez 8, a cyfry odcinam, y
ginie multiplykacya y dywizya.

21. Jak inaczey tę regułę składaną odpra-
wić można?

Powtarzając dwa razy regułę proporcyi pro-
stą, przeto iż reguła składana dwa zadania po-
spolicie w sobie zamyka. Nayprzod tedy po-
minąwszy terminy pośrednicze, a same trzy
terminy pryncypalne w proporcya ułożywszy,
szukam terminu czwartego; w drugiey pro-
porcyi kładą się po bokach terminy pośredni-
cze, a we śródku ich, dopiero wynaleziony
czwarty termin proporcjonalny.

Przykład I. Student jeden od stancyi płaci
Gospodarzowi za kwartał złotych 9; pytam
Studentow 6 za trzy kwartały wiele zapłacić
powinni? Układam pierwszą proporcya:

Stud: - złot: Stud: złot:

1. 9 :: 6. 54.

Z pierwszej operacyi wypada czwarty termin 54. Układam teraz drugą proporcją, mówiąc: za jeden kwartał przypada złotych 54, ile przypadnie za 3 kwartały? wypada 162.

1. 54 :: 3. 162.

Przykład 11. Na płacą dla 10 żołnierzy przez miesiąc jeden wychodzi złot: 579; chcę wiedzieć wiele wynidzie dla żołnierzy 500 przez miesiący 12? Przypadnie: 347,400.

Wolno tedy będzie każdemu zażywać sposobu, który się spodoba, pierwszy atoli zdaie się krotszy y łatwiejszy.

22. Co ieszcze o tej regule składaney wiedzieć potrzeba?

To ieszcze wiedzieć potrzeba, iż w tę regułę czasem wchodzi pięć, czasem y więcej terminow, ktore się w iedną proporcją zbierają, moltiplikując pryncypalne przez pośrednicze, albo kilka razy powtarzając regułę prostej proporcyi, sposobem dopiero opisanym.

Przykład. Kupiec pewny handlując 500 czerwonymi złotemi lat 4, zyskał czerw: złotych 300; pytam się Kupcow 4 handlując czerwonymi złotemi 1740 lat 6 ileby zyskali?

W tym przykładzie terminy pryncypalne są te trzy: Kupiec ieden zyskuje czerw: złotych 300, ile zyskuia 4? Układam więc proporcją, terminy pośrednicze pod albo przy pryncypalnych składac:

1. 300 :: 4.

Czer: zł: 500 . . . 1740

Lata 4 . . . 6 Lata.

Albo: $1 \times 500 \times 4. \quad 300 :: 4 \times 1740 \times 6.$

Po

Po uczynionej multiplikacyi y dywizyi wspomnionych terminow, wypada czwarty termin: 6264.

23. Jaka jest proba tey reguły składaney?

Taż sama co y reguły proporcyi prostey porządney, iako wyżej.

§. 4.

O regule proporcyi wspak obroconey.

24. **C**O jest reguła proporcyi wspak obroconą prostą (*Simplex inversa?*)

Jest ta, w ktorey termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak termin czwarty do drugiego. N. p. 12. 4 :: 6. 8. y która podaje sposob do wynalezienia czwartego terminu nieznanego. W regule albowiem proporcyi porządney powiedzieliśmy, że termin pierwszy tak się ma do drugiego, iak trzeci do czwartego. Y im pierwszy termin od trzeciego jest większy, tym termin drugi od czwartego większy być powinien, y przeciwnie. W tey zaś regule inaczej rzecz się ma, iak zaraz pokaże się. Ponieważ zaś naywięcey w tym trudności zachodzi, iak poznać, kiedy tey reguły użyć trzeba, zaraz na to podać sposób:

25. Jak tedy poznać można kiedy reguła proporcyi jest wspak obroconą?

Jle razy z samey natury zadanego pytania wypada, że im większy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma być większy od drugiego; lub im mniejszy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma być mniejszy od drugiego; albo biorąc od środka: ile razy wypada, iż im większy jest termin trzeci od pierwszego, tym mniejszy wy-

paść powinien czwarty od drugiego, y przeciwnie; w takowym razie zawżę reguły proporcji wśpak obroconey używać trzeba.

Jest ieszcze y ten rozeznania wśpak obroconey proporcji sposób: kiedy procz terminow proporcjonalnych zachodzi iaka rzecz od terminow różniąca się, y w operacyą niewchodząca. Jaka w pierwszym przykładzie niżej położonym zachodzi pewna summa pieniężna, w drugim pole do zorania dane, w trzecim budynek do wyśławienia dany.

26. Jak się ta reguła wśpak obrocona odprawuje?

Termin pierwszy rozmnaża się przez drugi, a produkt dzieli się przez trzeci. Za wieloraz wypadnie termin czwarty proporcjonalny, który tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma pierwszy do trzeciego. Ta robota zasadza się na Lem: II.

Przykład 1. Kawalerow 10 pewną summą pieniężną przez 4 lata wygodnie żyć mogą; pytam Kawalerow 5 też summą iak długo obchodzić się powinni?

10. 4 :: 5. . .

W tym przykładzie z samey natury zadanego pytania postrzegam, iż 5 Kawalerow daleko dłużej tąż samą summą obchodzić się powinni, a niżeli 10 Kawalerow. Ponieważ tedy tym większy powinien wypaść termin czwarty od drugiego, im większy pierwszy od trzeciego, ten przykład przez regułę proporcji wśpak obroconą rozwiązywać powinienem. Zaczynam rozmnażam 10 przez 4, mam 40; ten produkt dzielę przez termin trzeci: 5, y mam termin czwarty: 8.

10. 4 :: 5. 8.

Więc

Więc 5 Kawalerów przez ośm lat ową sum-
mą wiktować się powinni.

Przykład II. Sześcią plugami pewne pole
zorywano Gospodarzowi za dni 20; pytam się
dzielić plugami jak prędko toż pole zorane
być może? Wypada czwarty termin: 12.

6. 20 :: 10. 12.

Przykład III. Robotników 16 postawili bu-
dynek pewny za dni 60; chcę wiedzieć robo-
tników 24 jak prędko ten budynek, lub inny
podobny byliby wystawili? Wypada czwarty
termin: 40.

16. 60 :: 24. 40.

Przykład IV. W pewnej fortecy obleżo-
ney, 1500 żołnierzom wystarczy prowiantów
na 3 miesiące; chcę wiedzieć też prowianty
przez 6 miesięcy na wielu żołnierzach wystar-
czyć mogą? Wypada czwarty termin: 750.

3. 1500 :: 6. 750.

Przykład V. W pewnym zgromadzeniu na
8 osób beczka piwa w 9 dni wychodzi; py-
tam osób 12 jak prędko też beczkę piwa wy-
prożną? Wypada czwarty termin: 6.

8. 9 :: 12. 6.

27. Jakie tey reguły być może skrócenie?

Następujące: dzieląc przez jaką liczbę na pa-
mięć wynalezioną termin pierwszy, y trzeci,
albo drugi y trzeci, tak aby się nie nie zosła-
ło, a wielorazy na ich miejscu kładąc. Tak
w ostatnim przykładzie dzieląc drugi termin
9 przez 3, wypada 3, a trzeci 12 także przez
3, wypada 4. Mam proporcją nową: 8. 3 :: 4.
Jeszcze pierwszy termin y trzeci dzielę przez
4, wypadają te terminy następujące: 2. 3 :: 1.
Teraz z małą pracą wypada mi czwarty termin
6, tenże sam co y wyżej.

G 3 28.

28. Jak się ta reguła doświadcza?

Multiplikując termin pierwszy przez drugi, a termin trzeci przez czwarty. Jeżeli odydwa produkta będą równe, operacya dobrze uczyniona; iak w przykładach położonych widzieć można.

29. Jak wśpak obroconą regułę można obrocić na regułę proporcyi porządkney?

Kładąc termin, do ktorego przyłączone jest zadanie, na mieyscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku na mieyscu drugim, a trzeci zostający się na mieyscu trzecim. Tak w ostatnim przykładzie 12 osob tak się mają do 8, iak dni 9 do dni 6.

$$12. \quad 8 :: 9. \quad 6.$$

$$\frac{9}{6}$$

$$12 \mid 72 \mid 6..$$

Toż samo w inszych przykładach czyni, gdy się chcesz na regułę prostey proporcyi obrocić.

§. 5.

O regule proporcyi składaney wśpak obroconey.

30. **C**O jest reguła proporcyi składowa wśpak obrocona?

Jest ta, w ktorey y proporcya wśpak obrocona, y procz terminow pryncypalnych insze pośrzednicze zachodzą, a szuka się ieden nieznaiony.

31. Jak się w niey terminy układają?

Pryncypalne kładą się w rzędzie wyższym, a mniej pryncypalne czyli pośrzednicze w niższym; ten zaś, ktoremu się proporcjonalny szuka, y iednegoż z nim gatunku, kładzie się we śródku.

Przy-

Przykład 1. Fabryka iedna tabaczna przez rok 1 czyni pożytku złot: 20000; Fabryk 6 pożytku 140000 złot: za wiele lat uczynią?

W tym przykładzie terminy pryncypalne są te: Fabryka 1, rok 1, Fabryk 6; mniey pryncypalne złotych 20000, y złot: 140000. Tę więc terminy tak układam:

Fabr:		Fabr:
1.	Lata.	6.

Złot: 20000	1.	140000	Złot:
-------------	----	--------	-------

32. Ułożywszy terminy, iak się ta reguła odprawnie?

Dla lepszego pojęcia y łatwiejszey operacyi, trzy przypadki tey reguły położemy: bo albo same terminy wyższe będą miały proporcyaą wspak obroconą, albo same niższe, albo też y wyższe y niższe będą proporcyaą wspak, obroconey.

33. Co w pierwszym y drugim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy albo same wyższe, albo same niższe terminy będą miały proporcyaą wspak obroconą, rozstrząłając każde z osobna (sposobem wyżey podanym) to iest osobno wyższe, y znowu osobno niższe rozbierając, w takich przypadkach trzeba moltiplikować terminy na krzyż, produkt zaś z prawego terminu wspak obroconego wprowadzonego w lewy porządkny, kłaść potrzeba na pieswším miejscu za Dzielnika, a produkt z lewego wspak obroconego y prawego porządnego, na miejscu trzecim, średni termin na swoim miejscu niech się zostanie. A tym samym zadanie w regułę prostey porządney proporcya

cyi obroci nę, którą sposobem wyżej opisanym odprawiwszy, wypadnie czwarty termin nieznajomy szukany. Przykłady zaraz to objaśnią.

3+. Co w trzecim przypadku czynić należy?

Jeżeli po roztrząsaniu terminów poznaię, że y wyższe y niższe terminy są wśpak obrotne, w ten czas prawe obydwie terminy, wyższy y niższy multiplikuję, a produkt kładę na miejscu pierwszym za Dzielnika; lewe także terminy między sobą rozmnażam, a produkt kładę na miejscu trzecim, średni termin na swoim miejscu zostaje się, a tak będzie reguła proporcji prosta porządkna.

Przykład 1. Co wyżey o Fabrykach, w którym terminy wyższe wpak obroczone:

6 wspak obrocone,

I.

20000.

140000

Ułożywszy terminy, roztrząsam, jeżeli wyższe terminy, nie tykając dolnych, są wspanię obrocone, w ten sposób: iedna Fabryka za rok i przynosi pewną sumę pieniędzy; Fabryk o jak prędko też samę sumę przyniesą? Rozum sam pokazuje, iż prędzey też sumę przyniosą, jak za rok, więc w gornych terminach proporcya jest wspanię obrocona; bo im mniejszy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty mniejszy od drugiego wyniść powinien. Potym idę do terminow dolnych, y mówię: Fabryka wspomniona 20000 złot: za rok i przynosi, 140000 złot: za wiele lat przyniesie? Poznaię, że więcey lat na to potrzeba; a więc ta proporcya jest porządkna: bo im trzeci termin jest większy od pierwszego,

wszego, tym czwarty większy być powinien od drugiego.

Ponieważ tedy terminy wyższe są wśpак obrocone, a niższe porządkne, operacyą czy-nię według nauki o przypadku pierwszym y drugim daney; to iest: multiplikuie termin prawy wśpак obrocony 6 przez lewy porzą-dny 20000, mamy produkt na termin pierwszy; potym multiplikuie lewy wśpак obrocony 1 przez prawy porządkny 140000, a produkt kła-dę na miejscu trzecim, średni zaś termin 1, piszę we śródku, tak: 120000. 1 : : 140000; wypadnie czwarty termin szukany: $1 \frac{1}{3}$. Jeże-li więc iedna Fabryka przynosi złotych: 20000 za 1 rok, Fabryk 6 złotych: 140000 przynoszą za rok $1 \frac{1}{3}$ czyli 2 miesiące.

Przykład II. Jeżeli na 3 konie, 36 miarek owsa wychodzi przez 6 dni; pytam na koni 9 miarek owsa 180 na wiele dni wystanie? Układam terminy:

3.	9
6.	

36.	180	324	6 :: 540.	10.
-----	-----	-----	-----------	-----

Po odprawioney operacyi, wypada, iż tyl-ko na 10 dni dla 9 koni ow owies wystanie.

Przykład III. Jeżeli 1000 żołnierzy biorą żołdu złotych: 5000 za 5 miesięcy, pytam żoł-nierzy 12000, summa pieniędzy złotych: 100000 iak długo żywić się mogą?

1000.	5000.	5000.	12000.
-------	-------	-------	--------

5.	
----	--

5000.	100000.	6.	5 :: 10.	$8 \frac{1}{3}$.
-------	---------	----	----------	-------------------

Wypada liczba szukana $8 \frac{1}{3}$, to iest, iż owa summa wystarczy im na miesiący 8 y dni 10.

Przykład IV. Zboża pewnego 16 stay we 4 dni

dni Zeńcow 10 zżać mogą; pytam stay 30 takowegoż zboża Zeńcow 12 w wielu dniach zeżną? Układam terminy tak:

16. 30. porządne.

4 ::

10. 12. wśpak obrocone.

192. 4 :: 300.

Operacyą odprawiwszy, wypada 6 dni y 6 godzin; to jest stay zboża 30 zeńcow 12 za 6 dni y 6 godzin zżać powinni.

Przykład v. Jeżeli 90 korcy żyta miały się jednym kamieniem w siedmiu dniach; pytam 120 korcy na 3 kamienie w wielu dniach zmiełone będą? Terminy stać będą tak:

90. 120. porządne.

7 ::

1. 3. wśpak obrocone.

270. 7 :: 120. $3\frac{1}{7}$.

Zmiełą się tedy we 3 dniach y $\frac{1}{7}$ jednego dnia; czyli we 3 dni, w 2 godz: w 2 kwadr: y w 10 minut.

Przykład vi. Na trzeci przypadek.

Piotr pożycza u Jana Talerow bitych 100, na lat 6, obiecując prowizyi 10 od sta; Temuż samemu Piotrowi w potrzebie zostającemu pożycza Paweł Taler: bit: 750, 8 tylko od sta sobie wymawiając, ale pod tą kondycyą, ażeby Piotr poty tylko kapitałem iego mógł handlować, poki prowizya iego niewyrowna procentu sześcioletniego Jana; pytam iak długo kapitał Pawła Piotr u siebie trzymać może? Układam liczby, czyli terminy tak:

Kap:

Kap: Jana 100. Lata. 750. Kap: Pawła.
6::

Prowiz: 10. 8. Prowizya.

6000. 6:: 1000. 1.

Ułożwszy terminy, roztrząsam je, mówiąc: 100 Taler: bit: aby pewną sumnę przyniosły, powinny być na prowizyi lat 6. Taler: bit: 750, ażeby też samę korzyść uczyniły, na wiele lat mają być pożyczone? Widzę, iż na krótszy czas pożyczone być mają; a zatem terminy wyższe są wspan obroczone. Potym idę do niższych terminow, y pytam: 10 od sta biorąc, powróci do swego Pana kapitał w lat 6 z pewną korzyścią, wystarczyli tenże sam czaśu przeciąg, ażeby tenże kapitał z kondycją ośmiu tylko od sta płacenia pożyczony, korzyść pierwszey równą przyniosł? Widzę znowu, iż to być nie może, ale ten kapitał na więcey lat ma być pożyczony. Więc y niższe terminy są wspan obroczone. To rozeznawszy czynię operacyą sposobem o trzecim przypadku podanym, y dochodzę, iż przez 1 tylko rok sumnę Pawła Piotr trzymać u siebie może, y nią robić. Prowizya bowiem Pawła 60 Taler: bit: którą za rok ieden bierze, wyrownywa prowizyą sześciu lat Jana, to jest także 60 taler: bitych. Gdyż jeżeli za rok: 100 daią 8::750: dadzą 60, y wzajemnie jeżeli 1 rok od 100 daie 10, to lat 6. dadzą 60.

Ta jest cała nauka o regule wspan obroconey składaney. (i)

35. Co

[i] Ta ostatnia reguła proporcji wspan obroconey składaney, ponieważ zaczynającym przyturdna w ro-

35. Co jeszcze w regułach proporcji względem frakcyi uważać trzeba, dla krótszey y łatwiejszey operacyi?

To jeszcze uważać można osobliwie w regule proporcji prostej: I. Jeżeli frakcyja pierwszemu tylko terminowi jest przyległa. N. p. $12 \frac{1}{2} : 4 :: 20 ..$ multiplikuję przez Mianownika 2 tak pierwszy iako y trzeci termin, y wypadną mi trzy terminy proporcjonalne bez frakcyi, $25 : 4 :: 40 ..$ II. Jeżeli frakcyja będzie przyległa drugiemu tylko terminowi, n. p. $5 : 16 \frac{1}{3} :: 10 ..$ multiplikuję przez tegoż Mianownika 3 termin pierwszy y drugi, y będę miał trzy terminy proporcjonalne bez frakcyi: $15 : 49 :: 10 ..$ III. Jeżeli frakcyje z jednakowym Mianownikiem przyległe będą pierwszemu y trzeciemu terminowi. N. p. $3 \frac{2}{3} : 20 :: 10 \frac{1}{3} ..$ obydwie te terminy zmnożywszy przez powszechnego Mianownika 5, mam regułę bez frakcyi: $17 : 20 :: 53 ..$ IV. Jeżeli nakoniec terminy sobie korespondujące, wyrażone będą samemi frakcyjami z jednakowym Mianownikiem, n. p. $\frac{2}{3} : 10 :: \frac{1}{4} ..$ zmażawszy Mianowniki, wypadną mi terminy proporcjonalne: $2 : 10 :: 1 ..$ Jeżeli zaś Mianowniki różne będą, sprowadzam owe frakcyje do iednego Mianownika, ktorego potym zmażawszy, będę miał trzy terminy proporcjonalne bez frakcyi; n. p. $\frac{1}{2} : 5 :: \frac{2}{3} ..$ te frakcyje do iednego Mianownika sprowadziwszy, mam: $\frac{3}{2} : 5 :: \frac{4}{3} ..$ teraz zmaż-

wszy

zeznawaniu y zawikłana zdawać się może, zaczym na dwie reguły proporcji prostej można ią będzie pbrozić, dwa pytania z iednego zadania czyniąc, albo też y cale opuścić wolno będzie. Jakoż wielu Arytmetykow. o niey ani wzmiankuia.

wszy powszechnego Mianownika, będą miał regułę proporcji bez frakcyi: $3. 5 :: 4..$

Na to tylko mocno pomnieć potrzeba, iż ile razy ieden termin wchodzący w moltiplikacyą skracą się, albo pomnażają przez jaką liczbę, tyle razy, aby inszy do dywizji należący był skrocony, lub pomnożony przez tę samą liczbę. To jest w regule porządkowej proporcji, może być skrocony przez jaką liczbę trzeci y pierwszy, albo drugi y pierwszy. A w regule proporcji wspan obroczoney pierwszy y trzeci, albo drugi y trzeci. Przyczynę tych odmian każdy łatwo pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych, a potem o proporcji w powszechności, dobrze pojął, y zrozumiał. (k)

§. 6.

O regule Towarzystwa.

36. CO jest reguła Towarzystwa czyli *Societatis*?

Jest ta, która podaje sposób do podzielenia liczby jakiej na kilka części proporcjonalnych, jak się z przykładów pokaże.

37. Dla czego nazywa się Towarzystwa albo spółki?

Dla tego, iż naywięcej zażywana bywa od Kupców, którzy społeczeństwo handlowe lub intrat, między sobą prowadzą, y utrzymują.

38. Jak się odprawia reguła Towarzystwa?

Odpra-

[k] To także ostatnie pytanie położyło się iedynie dla krotszej operacyi reguły proporcji; więc ktoby się powszechnego sposobu moltiplicacyi y dywizji liczb łamanych trzymać chciał, wolno mu będzie to pytanie opuścić.

Odprawuie się: powtarzając tyle razy regułę trzech prostą, na wiele części proporcjonalnych liczbę zadaną dzielić potrzeba. Terminy zaś układają się tak: Najprzód summy pryncypalne, czyli kapitały zbieram w jedną summę, y kładę to za termin pierwszy. Za termin drugi kładę zysk powszechny albo stratę; za trzeci termin kładę summę pryncypalną każdego z osobna Kupca. Za czwarty termin przy każdej operacyi, wypadnie zysk parcyalny proporcjonalny kapitałowi przez każdego z Kupcow złożonemu.

Przykład I. Trzech Kupcow zawarłszy z sobą towarzystwo handlowne, dali na zysk spolny, każdy z swojej strony, następujące summy: Pierwszy A.łożył złot: 500. Drugi B.łożył złot: 400. Trzeci C.łożył złot: 300. Handlując rok cały temi pieniędzmi, zarobili tylko złotych 800. Pytam ile każdemu z tego zysku proporcjonalnie do swego kapitału przypadnie?

Robota. Zbieram wszystkie kapitały tych trzech Kupcow w jedną summę, to jest: 500 + 400 + 300; y mam za pierwszy termin: 1200; za drugi kładę zysk generalny; za trzeci każdego Kupca z osobna kapitał, y czynię regułę trzech. Oto wizerunek:

Kap.gen.	zysk gen.	kap.parc.	zysk parc.
1200.	800::	500. A.	$33\frac{1}{3}$ czyli gr. 10
1200.	800::	400. B.	$26\frac{2}{3}$ czyli gr. 20
1200.	800::	300. C.	200.

Zysk gen. 800.

Przykład II. Piotr, Jan y Paweł razem handlując towarami, zarobili ogółem talerow bit:

500. :

500. Pierwszy zaś z nichłożył na towary talerow bitych 100. Drugi talerow bit: 200. Trzeci talerow bitych 350. Dzielą się owym zarobkiem; pytam, ile się każdemu dostanie proporcjonalnie do złożoney summy?

Znoszę summy parcyalne w iednę sumnę, y kładę ją na miejscu pierwszym &c: iak wyżey.

650.	500::	100.	76 $\frac{60}{77}$	Piotr
650.	500::	200.	153 $\frac{60}{77}$	Jan
650.	500::	350.	269 $\frac{15}{77}$	Paweł.

500.

Przykład III. Dwóch Jubilerow, z których iedenłożył na dyamenty 2000 Czerw: złot: Drugi 3400 Czerw: złotych, tracą na handlu swoim: 1300 Czer. złotych; pytam iaka szkoda każdego summie ma być proporcjonalna?

$$5400. \cdot 1300:: 2000. \cdot 481 \frac{26}{34}. \text{ I.}$$

$$5400. \cdot 1300:: 3400. \cdot 818 \frac{26}{34}. \text{ II.}$$

Przykład IV. Trzech Kupcow nakupiwszy towarow w Indyach, nazad powracali. Pierwszego towar kosztował Czerw: złot: 300. Drugiego Czerw: złot: 500. Trzeciego Czer: złot: 180. Tym czasem wielka na morzu nawałność powstała, y owi Kupcy przymuszeni byli wyrzucić w morze cięższe swoje towary, które kosztowały 400 Czer: zł. Pytam teraz, ile każdy na tym szkodować będzie proporcjonalnie dołożonych na towary pieniędzy?

Strata.

980.	400::	300.	122 $\frac{44}{98}$.	I.
980.	400::	500.	204 $\frac{58}{98}$.	II.
980.	400::	180.	73 $\frac{44}{98}$.	III.

400 Czer: zł:

Przy-

Przykład v. Trzech Kupców chcą dzielić między siebie złotych 158, pod tą kondycją, aby pierwszy wziął $\frac{1}{2}$ połowę. Drugi $\frac{1}{3}$ część trzecią. Trzeci $\frac{1}{6}$ część szóstą; pytam, ile się każdemu dostanie?

$\frac{1}{2}$ albo. I.	158::	$\frac{1}{2}$.	79	I.
$\frac{1}{3}$ albo. I.	158::	$\frac{1}{3}$.	52 $\frac{2}{3}$	II.
$\frac{1}{6}$ albo. I.	158::	$\frac{1}{6}$.	26 $\frac{2}{3}$	III.

158.

Przykład vi. Czterech Kupców wspólnie handlując, zyskali na pewnym iarmarku 6000 Czerw: złotych. Pierwszy zaś z nich dał tylko na towar 60 Czer: zł: Drugi 100. Trzeci 120. Czwarty 200 Cz: zł. Chcą wiedzieć, ile się każdemu z tego zysku dostanie, mając wzgląd na kapitały złożone?

480.	6000::	60.	750.	I.
480.	6000::	100.	1250.	II.
480.	6000::	120.	1500.	III.
480.	6000::	200.	2500.	IV.

6000.

Przykład vii. Trzech Braci zakupiłą wspólnie majątność czyniącą roczney intraty 70000 zł. Pierwszy A. dał na nią 240000. Drugi B. 300000. Trzeci C. 360000; chcą wiedzieć, ile roczney intraty każdemu z nich z Dobrowych przypadnie?

Wszystkie parcyalne kapitały razem zebrawszy mam:

900000.	70000::	240000.	18666 $\frac{2}{3}$.	I.
900000.	70000::	300000.	23333 $\frac{1}{3}$.	II.
900000.	70000::	360000.	28000.	III.

70000.

Przy-

Przykład VIII. Dłużnik pewny ma czterech kredytorow, z których pierwszemu winien zł: 90. Drugiemu 110. Trzeciemu 80. Czwartemu 50. Tym czasem zbankrutowawszy ucieka (albo nagle umiera) kredytorowie więc iego dobra opanowali, y przedawszy ie, wzięli tylko zł: 150. Pytam ile każdy kredytor z tey summy proporcjonalnie do długu swego weźmie?

330.	50::	90.	40 $\frac{3}{4}$	I.
330.	150::	110.	50 $\frac{1}{2}$	II.
330.	150::	80.	36 $\frac{2}{3}$	III.
330.	150::	50.	22 $\frac{2}{3}$	IV.

150.

39. Co na ten czas czynić potrzeba, gdy do pieniędzy złożonych będą przydane iakie okoliczności, n. p. czasu pewnego?

Ile razy się przytrafi, iż do kapitałow złożonych będą przydane okoliczności czasu, przez który niemi handlowano, w ten czas, tak iak w regule proporcyi składaney, potrzeba wprzod kapitały przez swoy czas rozmnożyć, a potym czynić operacyą iak wyżej.

Przykład 1. Trzech Kupecow wspólny handel prowadzą. Pierwszy z nich złożył Czerw: złot: 200 od lat 3. Drugi złożył 320, lecz od lat 2. Trzeci złożył 500, lecz tylko od roku iednego. Zysk generalny z tego handlu trzechletniego był: 2000 Czerw: złotych. Pytam ile każdy z tego zysku wziąć ma?

Robota. Multyplikuję więc każdą summę pąrcyálną przez iey lata:

$$\begin{array}{rcl} 200 & \times & 3 = 600. \\ 320 & \times & 2 = 640. \\ 500 & \times & 1 = 500. \end{array}$$

H

Zbie-

Zbieram teraz w jedno wszystkie produkta parcyalne, mam 1740, y układam regułę trzech iak wyżej:

1740.	2000::	600.	689 $\frac{114}{174}$.
1740.	2000::	640.	735 $\frac{110}{174}$.
1740.	2000::	500.	574 $\frac{124}{174}$.

2000.

Przykład II. Trzech Kupcow razem handlując, zyskali 3000 Czer: złot: Pierwszy z nich złożył na towary 200 Czer: złot: Drugi 450 Czer: złot: Trzeci 500 Czer: złot: Lecz pierwszy z nich odebrał swoy kapitał za 8 miesięcy. Drugi swoy odebrał za 6 miesięcy. Trzeci nakoniec odebrał swoje pieniądze za 10 miesięcy. Przychodzi do działu generalnego zysku. Pytam ile każdy z tego zysku weźmie, mając wzgląd na złożone pieniądze y czas, przez ktory niemi handlowano?

Robota. Mu'typlikuję terminy pryncypalne przez przypadkowe tak: 200 X 8 miesięcy 450 X 6. 500 X 10. Toż produkta razem zebrawszy, układam terminy, y czynię regułę proporcyi trzy razy:

930.	3000::	1600.	516 $\frac{12}{53}$	I.
930.	3000::	2700.	870 $\frac{20}{53}$	II.
930.	3000::	5000.	1612 $\frac{54}{53}$	III.

3000.

Przykład III. Dwoch Kupcow A y B zawierają z sobą przyiaźń na wspólny handel. A łoży na towary Cz: zł: 200, a po 6 miesiącach znówu daie 50 Cz: zł: B zaś łoży Cz: zł: 400, a po 4 miesiącach, bierze nazad 100 Cz: zł: Po skończonym roku mają zarobku Cz: zł: 600. Pytam iak wiele z tego zysku każdy wziąć powinien?

W tym

W tym przykładzie pierwszego Kupca A Cz: zł: 200 multiplikuję przez 6 miesięcy, przez który czas niemi handlowano, mam 1200, do tych przydaię Cz: zł: 50, które po 6 miesiącach przyłożył, wypada: 1250 Cz: zł: Potym drugiego Kupca B Cz: zlot: 400 multiplikuję przez 4 miesiące, wychodzi: 1600; z tych odciągam 100 Cz: zlot: które odebrał, zostaje: 1500 Cz: zł: Teraz te summy zbieram, y kładę na pierwszym miejscu &c.

$$2750. : 600 :: 1250. \cdot 272 \frac{200}{75}.$$

$$2750. : 600 :: 1500. \cdot 327 \frac{75}{75}.$$

600.

40. Kiedy kapitały Kupców będą równe, a czas nierówny, iak krocey tę regułę spółki odprawić można?

W takowym przypadku dośwć będzie częśćki czasu razem zebrane położyć na pierwszym miejscu, na trzecim zaś każdą częśćkę z osobna; reszta iak wyżej.

Przykład I. Dwóch Kupców łożyli na towary zł: 40000, każdy po 20000. Ale jednego summa była na handlu 12 miesięcy. Drugiego tylko 10 miesięcy. Zyskali na towarach zł: 1000. Pytam wiele z tego zysku każdy weźmie?

Robota. Zbieram w jedną sumę miesięcy 12 y miesięcy 10; będzie 22 miesięcy. Kładę to na miejscu pierwszym, zysk generalny na drugim, a na trzecim miesiące; przez które każdego pieniądze na handlu były, y czynię dwa razy regułę proporcji tak:

zysk.gen: Mies:

$$22. : 1000 :: 12. : 545 \frac{10}{11} \quad \text{I.}$$

$$22. : 1000 :: 10. : 454 \frac{11}{11} \quad \text{II.}$$

H2

1000.

Przy-

Przykład II. Trzech sług służyli Panu jednemu pewny czasu przeciąg. Pierwszy służył lat 8, drugi lat 6, trzeci lat 10. Pan umierający, ponieważ im zaślug niewypłacał, zapisuje im 6000 złotych: ażeby te w proporcji do czasu ich zaślug, podzielone między nich były. Pytam wiele każdego Exekutor testamentu dać powinien?

Podobnie w tym przykładzie zbieram lata, których tu jest: 24, y kładę na mieyscu pierwszym; na drugim pieniądze legowane; na trzecim każdego sługi lata &c.

24.	6000:~	8.	2000.	I.
24.	6000:~	6.	1500.	II.
24.	6000:~	10.	2500.	III.

6000.

41. Jakie tey reguły doświadczenie?

Doświadczenie dobrze odprawioney reguły Towarzystwa jest to: gdy zebrawszy wszystkie parcyalne zyski albo straty, postrzegam, iż wyrownywają generalnemu zyskowi albo stracie, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie.

S. 7.

O regule wiązania.

42. CO jest reguła wiązania albo *Alligatio-nis*?

Jest ta, która mi podae sposób do wynalezienia sprawiedliwej ceny iakiey mieszaniny, albo też do wynalezienia części lub miar, rzeczy zmieszanych, gdy średnia taka dana będzie.

43. Dla czego się nazywa wiązania?

Bo w niej rzeczy różney między sobą ceny

ny wiążemy, czyli mieszamy, n. p. różne trunki, towary, kruszcze, miary, wagi, albo też taxę średnią założywszy, wiążemy, y szukamy części z danych trunkow, albo towarow, aby za owę średnią takxę sprawiedliwie sprzedać ie można. A zatym dwa tey reguły trafunki bydź mogą.

4+. Jak się ta reguła odprawuie w pierwszym trafunku?

Kiedy ceny sprawiedliwey iakiey mieszani-ny szukam, multiplikuję miary czyli części przez dane ceny, y układam regułę proporcyi: Na pierwszym mieyscu kładę miary, czyli części razem zebrane. Na drugim sumnę generalną wyrażającą cenę wszystkiey owey mieszaniny. Na trzecim iedną miarę, funt, czyli częstkę, która w pytaniu zadana była. Potym przez termin pierwszy dzielę drugi, bo trzeci iedno znaczący niemultiplikuję, y wypadnie liczba szukana.

Przykład 1. Ma Kupiec dwoiakiego rodzaju Tabakę: Maroko funtow 30, a Hollenderki funtow 10. Pierwszą przedaie po złot: 5. Drugą po złot: 3. Mieszam owe tabaki; pytam poczemu funt owey Tabaki mieszaney przedawać powinien?

Robota: Multiplikuję nayprzod funtow 30 przez złot: 5; potym funtow 10 przez złot: 3. Dwa te produkta wypadające razem zebrawszy, kładę na mieyscu drugim, a na pierwszym sumnę funtow: 30 + 10, to iest: 40. Na trzecim zaś funt ieden, którego ceny szukam. Tym sposobem:

Futy. Złote.

$$30 \times 5 = 150.$$

$$10 \times 3 = 30.$$

$$40. \quad 180 :: 1. \quad 4 \frac{1}{2}.$$

Więc funt Tabaki owej zmieszanej przedawać ma po puł pięta złotego.

Przykład 11. Ma kto dwoiaki żyto; przednieyszego korcy 15, poślednieyszego korcy 20. Pierwszego korzec przedaie po złot: 14. Drugiego po złot: 12. Zmieszawszy owo żyto razem, pytam po czemu korzec przedawać powinien?

Toż samo co wyżey uczyniwszy wypadnie liczba szukana $12 \frac{1}{2}$.

$$15 \times 14 = 210.$$

$$20 \times 12 = 240.$$

$$35. \quad 450 :: 1. \quad 12 \frac{3}{4} = \frac{51}{4}.$$

Przykład 111. Ma Mincarz troiakiey proby srebro; iednego grzywna po złot: 74, drugiego po złotych 65, trzeciego po złot: 58. Pierwszego ma grzywien 200. Drugiego 180. Trzeciego 90. Troiakie to srebro stopiwszy w iedną massę; pytam po czemu iedna grzywna w ten czas przypadnie?

Mułyplikacyą, y dywizyą uczyniwszy, mam liczbę szukaną: $67 \frac{23}{47}$.

$$200 \times 74 = 14800.$$

$$180 \times 65 = 11700.$$

$$90 \times 58 = 5220.$$

$$470. \quad 31720 :: 1. \quad 67 \frac{23}{47}.$$

Przykład 1V. Kupiec ma dwoiaki wosk, przednieyszy y poślednieyszy; pierwszego ma funtow 100; funt po złot: 2. gr: 15. Drugiego

go ma funtow 60; funt po zł: 2. Robi z tego świece: knoty y robota kosztuie go złot: 15. Chce na każdym funcie zarobku po gr: 4. Pytam po czemu funt każdy ma przedawać?

Funty. Złot: Gr: Gr: Grosze.

100 X 2 $\frac{1}{2}$ 15 czyli X 75 = 7500.

60 X 2 czyli X 60 = 3600.

Złot: 15 = groszom: 450.

160. 11550 :: 1. 72 groszy.

Frakcyą porzucam, a przydaię 4 gr: ktore na każdym funcie chce zylkać; wypada: 76 gr. Tyle więc za funt każdy ma brać. Procz tego ma y natym zarobek, iż świece z knotami więcey waży, y więcey funtow składaia, iak sam wosk osobno wzięty.

45. Jak się ta reguła doświadcza w pierwszym razie?

Tak iak reguła proporcyi prosta porządna, to jest: produkt liczb średnich powinien bydź rowny produktowi liczb skrajnych. O czym wyżej dostatecznie mowiliśmy.

46. Jak się ta reguła odprawuie w drugim trafunku?

Kiedy pewną taxę założywszy, rzeczy różnych gatunkow mieszać potrzeba, aby mieszanie z nich zrobioną, za taxę owę sprawnie sprzedac można; w ten czas ceny trunkow, lub towarow (albo iakichkolwiek innych rzeczy) kładę iedną pod drugą; a na lewey ręce piszę liczbę danych pieniędzy czyli taxę. Potym porównyвам cenę większą towaru lub trunku z daną taxą, a przewyżki zachodzące piszę na prawey stronie cen danych. To uczyniwszy zbieraią się do kupy prze-

przewyżki, y kładą się na pierwszym miejscu. Na drugim częśćka czyli liczba szukana, to jest jeden garniec, albo funt &c. Na trzecim jedna z przewyżzek, y powtarza się tyle razy reguła proporcji, ile jest cen danych czyli przewyżzek. Każdy czwarty termin ukaże mi liczbę szukaną. Oto przykłady:

Przykład 1. Korzennik Szafranu podlejszego funt przedaie po złot: 50, przedniejszego funt po złot: 62. Taxa Szafranu stała po złot: 55. Pytam iak ma mieszać obydwu rodzaje Szafranu, aby mógł bez swoiey szkody przedawać funt po złot: 55?

Według przepisanej nauki kładę jedną cenę pod drugą, a taxę 55 kładę na lewey stronie tak;

Ceny

50.

Taxa 55

62.

To uczyniwszy wiązę, czyli porównywam przez Subtrakcyą cenę mnieyszą z taxą 55, mówiąc: 50 od 55, zostało się 5; tę przewyżkę piszę na wspak przy 62 po prawey stronie. Potym porównywam drugą cenę, mówiąc: 55 od 62, zostało się 7; tę przewyżkę kładę po prawey stronie przy 50. Toż dopiero zbieram te przewyżki w jedną sumę y układam regułę proporcji według podanej nauki. Oto wizerunek:

	Ceny	Przewyżki.
Taxa 55	50	7
	62	5.
Summa przewyżzek:		12. 1:: 7 $\frac{7}{12}$.
		12. 1:: 5 $\frac{1}{12}$.

Z podleyfzego tedy Szafranu ma brać na funt $\frac{7}{12}$, a z przednieyfszego po $\frac{5}{12}$; to zebrawszy będe miał $\frac{12}{12}$, czyli funt cały czego szukalem.

Przykład II. U Winiarza znayduią się dwa gatunki wina: iednego garniec po złotych 20, drugiego po złot: 15. Jeżeli kto niedaie mu tylko złot: 17, a chce żeby mu podług danych pieniędzy z oboygą win ieden garniec dano; pytam ile Winiarz z pierwszego, ile z drugiego wina zmieszać powinien, ażeby kupującemu dał garniec wina w sprawiedliwej do danych pieniędzy proporcji?

Ceny win		
	20	2
Taxa 17		
	15	3
Summa przewyższek:		5. 1:: 2 $\frac{2}{3}$.
		5. 1:: 3 $\frac{3}{5}$.

Z pierwszego tedy wina wziąwszy dwie części z pięciu, a z drugiego trzy części z pięciu iednego garca, będzie $\frac{7}{12}$ czyli garniec ieden wina takiego, ktorego cena sprawiedliwa złotych 17.

47. Co ieszcze o tey regule wiedzieć potrzeba?

Kiedy się trafi, iż nie dwoch, ale więcey rzeczy, ceny dane będą, w ten czas trzeba brać zawfze po dwie ceny ustanowione (z ktorych iedna koniecznie mnieysza, druga więkfsza nad dane pieniądze, czyli taxę bydź powinna) y wiązać ie sposobem wyżey podanym z danemi pieniędzmi, tak aby każda cena raz przynaymniey wiązana była. Chociaż

zaś

zaś iednę cenę kilka razy wezmiesz na wiązanie iey z drugiem, to bynaymniey nie szkodzi, zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze iest większa. N. p.

Przykład III. Mincarz ma srebro troiakiey proby: piętnastey, trzynastey y dziewiątey, y chcąc go topić na dwunastą ligę, potrzebuie wiedzieć, wiele ma wziąć ktego srebra na grzywnę iedną? Ułożywszy terminy czynię porównywania następującym sposobem:

	15	3.
	13	3.
12	<u>9</u>	1 + 3.

Sum: przewyż: 10. 1:: 3. $\frac{3}{10}$.
 10. 1:: 3. $\frac{3}{10}$.
 10. 1:: 4. $\frac{4}{10}$.

Więc srebra z piętnastey proby weźmie trzy części z dziesięciu; z proby trzynastey, także trzy części z dziesięciu; z proby dziewiątey cztery części z dziesięciu; co wszystko uczyni iedną grzywnę dwunastey proby.

Przykład IV. Funt Szafranu przedaie się po złot: 30. Cynamonu po złot: 24. Goździkow po złot: 8. Herbaty po złot: 14. Daie kto zł: 25, ażeby mu za nie nic więcej tylko ieden funt tych wszystkich korzeni przedano; pytam, ile z każdego gatunku na ten ieden funt dać powinien Kupiec?

Ceny	Przewyżki.
Dane pieniądze: 30.	1 + 17 + 11.
dze: 25..	
24.	5
8.	5
14.	5.

Sum-

Summa przewyższek: 44.

44- 1 :: 29. $\frac{25}{44}$.

44- 1 :: 5. $\frac{5}{44}$.

44- 1 :: 5. $\frac{5}{44}$.

44- 1 :: 5. $\frac{5}{44}$.

W tym przykładzie, że tylko jedna cena, to jest złot: 30, większa jest nad daną cenę złot: 25, insze zaś trzy są od niey mnieysze, przeto cenę 30 biorę z każdą z osobna z trzech cen następujących, y wiążę z danemi 25 złotemi; dla tego summa przewyższek przy pierwzey cenie 30 jest naywiększa, to jest: 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30 ze wszytkiem następującemi wiązałem. Potym czyni się reguła trzech *etc.*

Frakcye pokazują wiele części z każdego kórzienia brać potrzeba; a razem zebrane czynią funt ieden, iak potrzebowano.

Przykład v. Pewny chcąc Kościołowi dzwon ofiarować, każe nań Rzemieślnikowi z czworakiego kruszcu przysposobić sobie materią. Pierwszego kruszcu cetnar, daymy, kosztuje złot: 12. Drugiego zł: 14. Trzeciego zł: 20. Czwartego 30 zł. Chce zaś ażeby ow dzwon ulany ważył funtow 3500. Daie na sam materyał złot: 560. Pytam teraz, ile Rzemieślnik z każdego kruszcu cetnarow brać powinien, aby woli Fundatora zupełnie dosyć uczynił?

W tym przykładzie nayprzod: 3500 funtow sprowadzam na cetnary, dzieląc przez 100. Wypadnie cetnatow 35. Potym szukam ceny cetnaru iednego z pomieszanych owych kruszczow, przez proporcją w ten sposób: 35 cetnarow kosztować będą złot: 560, wieleż ieden cetnar? Wypadnie złotych 16.

Teraz

Teraz porównywał albo pierwszą cenę daną z ostatnią, albo pierwszą z trzecią, a drugą z czwartą &c. Toż dopiero układam regułę proporcyi. Na pierwszym miejscu kładę sumę przewyższek. Na drugim cetnary 35. z funtow uczynione. Na trzecim po iedney przewyżce. Oto wizerunek:

	12	14.
16 ..	14	4.
	20	2.
	30.	4.

24.	35 ::	14.	20 $\frac{10}{24}$.
24.	35 ::	4.	5 $\frac{20}{24}$.
24.	35 ::	2.	2 $\frac{22}{24}$.
24.	35 ::	4.	5 $\frac{24}{24}$.

Z pierwszego tedy kruszcu powinien brać cetnarow $20 \frac{10}{24}$. Z drugiego cetn: $5 \frac{20}{24}$. Z trzeciego $2 \frac{22}{24}$. Z czwartego $5 \frac{24}{24}$. Co wszystko uczyni cetnarow 35.

Przykład vi. Hiero Krol Syrakuski dla Bożków swoich kazał Złotnikowi zrobić koronę złotą 100 funtow ważącą. Zrobioney gdy się dobrze przypatrzył, postrzegł, iż nie była z fczerego złota, ale z srebrzem zmieszana. Y żeby mógł był dociec, iak wiele srebra było przymieszanego, przyzwał na pomoc Archimedefa, który zaraz Złotnika zdrady doszedł tym sposobem: wziął bryłę złota teyże samey co y korona wagi, y bryłę srebra ważącą także 100 funtow. Potym obydwie te bryły, iako y koronę zrobioną, każdą z osobna wpuścił w naczynie wody pełne, a wytłoczoną wodę od bryły złota, srebra y korony zmierzył, y z tych miar, wziąwszy ich proporcya,

do-

doszedł wiele funtów srebra do owej korony
Złotnik przymieszał.

Daymy inż, że bryła złota wyrzuciła wo-
dy 20 kwaterek. Korona 24 kwaterek. Bryła
srebra 36 kwaterek. Pytam, iak wiele srebra
było do korony przymieszanego? Układam
liczby tym sposobem:

	20		12.	
24.	36		4.	
<hr/>				
	16.	100 ::	12.	75.
	16.	100 ::	4.	25.

100.

Złota więc w owej koronie było funtów
75, a srebra przymieszanego 25 funtów, kto-
re razem zebrane, czynią 100 funtów, ile
korona ważyła.

Niepotrzeba zaś było koniecznie brać bryłę
złota y srebra, tyle ważącą co y korona, lecz
w takowey okoliczności, dosyć iest wziąć
mniejszy bryłę pomienionych kruszców, a
wziąwszy proporcją, doysć można szukaney
liczby, n. p. Jeden funt złota wyrzuca tyle
wody .. funtów 100 wiele wody wyrzucić
powinny .. &c. A ztąd podaie się łatwy spo-
sob na doyscie wiele do iakiego kruszcu z in-
szego od Złotnika bydz może przymieszanego.

48. Jaka iest proba tey reguły w drugim
trafunku?

Potrzeba zebrać wszystkie cząstki rzeczy
zmieszanych: ieżeli rowne są całej mieszani-
nie, czyli rzeczy w pytaniu wyrażoney, ope-
racya dobrze uczyniona, iak przy każdym
przykładzie widzieć się daie. Lecz że ta pro-
ba

ba mylna czasem bydź może dla omyłki w przewyżkach popełnionej, mimo ktorej proba dobrze wypadać zwykła, przeto lepiej będzie doświadczyć, jeżeli ceny wszystkich części, z których się cała mieszanina składa, wyrownywają cenę czyli taxę całej mieszaniny. N. p. w II. przykładzie: ieden garniec kosztuje 20 złotych: wiele $\frac{2}{3}$? wypadnie złotych 8. Y znowu: ieden garniec kosztuje złotych 15, wiele $\frac{2}{3}$? wypadnie 9. Teraz 8 a 9, uczyni 17, iak założono. (1)

§. 8.

O regule domniemania albo założenia.

49. **C**O jest reguła fałszywego założenia, *Regula Positionis vel Falsi?*

Jest ta, która przez założenie liczby fałszywej, uczy dochodzić liczby rzetelnej, która by zadanemu pytaniu zadość uczyniła. Y dla tego zowie się fałszywego założenia, iż z fałszywej liczby prawdziwej dochodzi.

50. Wieloraka jest ta reguła?

Jest dwojaka: Prostej czyli iednego, y dwójstego założenia: *Simplicis & duplicis Positionis.*

51. Co jest reguła iednego założenia?

Jest ta, która założeniem iednej liczby na upodobanie, rozwiązuje trudność zadania. Y o tey teraz mowa, o drugiej niżej.

52. Jak się odprawuje reguła prostej czyli iednego założenia?

Odp-

[1] Nierozszerzam się nad tą regułą, gdyż w życiu ludzkim mało y rzadko bywa używana, zwłaszcza drugim trafiać.

Odprawuie się następującym sposobem: I. Zakładam sobie liczbę, którą zdatną bydź sądzę na rozwiązanie zadanego pytania, y to się zowie założenie (*positio.*) II. Miarkuję y roztrząsam, ieżeli liczba założona czyni dofyć zadanemu pytaniu. III. Gdy widzę, iż nieczyni zadosyć, układam regułę proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. W tey zaś proporcyi pierwsze miejsce mieć będzie liczba, która z fałszywego założenia wypadła, drugie miejsce fałszywe założenie, trzecie nakoniec miejsce zaśiędzie liczba zadana, czwarty termin wypadły, rzetelną liczbę ukaże. Przykłady następujące rzecz tę lepiej objaśnią.

Przykład 1. Kupiec pewny z iarmarku przyszedłszy, spytany: iak wiele czerwonych złotych przyniósł, odpowiedział: iż pięć razy więcej w domu zostawił, niżeli ma przy sobie, a wszystkich pieniędzy ma 42 Czerw: zł. Pytam iak wiele przyniósł?

Rozwiązanie. Daymy, że miał przy sobie przyszedłszy z iarmarku 1 Cz: zł: więc w domu zostawił 5 Cz: zł. Lecz że 1 y 5 Cz: zł: razem zebrane nieczynią 42 Cz: zł: iak zadanie wyciąga; więc na doyscie rzetelney liczby układam regułę proporcyi: kładąc za pierwszy termin liczbę z fałszywego założenia wypadającą, to iest 6. Za drugi kładę fałszywe założenie, to iest 1. A za trzeci termin kładę liczbę zadaną, to iest: 42 Cz: zł. Czwarty termin liczbę szukaną wskaże.

$$6. \quad 1 :: 42. \quad 7.$$

Jak się ma 6 do 1, tak się mieć powinno 42 do 7.

Miał

Miał tedy przy sobie 7 Czer: zł. Albowiem pięć razy tyle, to jest pięć razy siedm, czyni: 35. do tych dodawszy 7, wypada: 42. Więc przez wynalezioną liczbę zadanemu pytaniu dosyć się stało.

Przykład II. Pewny umierając legował na trzech Synowcow swoich 8000 złotych z tą kondycją: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam wiele każdy z nich weźmie?

Rozwiązanie. Daymy że trzeci bierze złot: 10; więc drugi 30, a pierwszy 6. Zbieram te summy, y uważam, jeżeli zadaniu owemu stało się dosyć. Widzę, iż nie; gdyż tylko wynoszą 100, a powinny były wynosić 8000. Układam tedy regułę proporcji sposobem wyżej podanym:

$$100. \quad 10 :: 8000. \quad 800.$$

Jeśli tedy ostatni bierze 800, więc drugi 2400, a pierwszy 4800. Te summy razem zebrane wynoszą 8000, które legowano; więc już zadanie rozwiązane.

Przykład III. Jan umierając zostawił 5000 Czerw: złot: testamentem Zonie, Corce y Synowi; ale pod tym warunkiem: ażeby Zona cztery razy więcej wzięła niż Corka, Syn zaś pięć razy więcej niżeli Zona. Pytam wiele Zona, wiele Corka, wiele Syn weźmie?

Daymy że Corka bierze Cz: zł: 1, więc Zona 4, Syn zaś pięć razy więcej niż Zona, to jest: 20. Te summy w iedno zebrane, wynoszą Cz: zł: 25. Jan zaś zostawił 5000 Cz: złot. Więc na doysćcie prawdziwey liczby układam regułę trzech:

$$25. \quad 1 :: 5000. \quad 200. \quad \text{Wie}$$

Wieloraz 200 pokazuje, iż tyle weźmie Cor-ka; więc Zona 800, a Syn 4000.. Te summy zebrane czynią 5000 czerwonych złotych od Jana zostawionych.

Przykład iv. Pewny Kupiec spytany, iakby wiele wszystkie jego towary warte były? odpowiedział: ceny, którą wszystkie moje towary wynoszą, wzięwszy część trzecią, część czwartą y część piątą, miał byś Czer: zł: 470. Chcę wiedzieć wiele w samey rzeczy towary jego warte?

W tym y w innych podobnych przykładach, rzecz jest oczywista, iż tu taką liczbę brać potrzeba, ktorey część trzecia, część czwarta y piątą, uczynią Cz: zł: 470. Kładę za tę summę n. p. 60. ktorych część trzecia, jest: 20, część czwarta jest: 15, część piątą jest: 12. Wszystkie te summy czyli części zebrawszy, to jest: $20 + 15 + 12$, wynoszą: 47. Lecz powinny były czynić 470. Układam więc regułę proporcyi sposobem następującym:

$$47 : 60 :: 470 : 600.$$

Dochodzę tedy, że wszystkie owe towary warte Cz: zł: 600; gdyż z tych część trzecia czyni 200, czwarta 150, piątą 120; te zaś części dodane, czynią razem Czerw: zł: 470, iak założono.

Przykład v. Nieprzyjacielskiego woyska część trzecia zabita, część czwartą w niewolę wzięta, a tyśiąc uciekło. Pytam, ile było wszystkiego woyska, potym iak wielu na placu legło, y wielu w niewolę wzięto?

Daymy że wszystkich żołnierzy było 24. Zaczyn trzecia ich część będzie 8, czwarta 6. Te części zebrawszy, mam 14. Ktore od-

ciagam

ciągam od 24 założonych, zostało się 10, a powinno było zostać się 1000. Układam przeto regułę proporcji tak: 10 zostało się, gdyby ich było 24; aby ich zostało 100, wiele ich być musiało?

$$10. 24 :: 1000. 2400.$$

Wypada wszystkich żołnierzy 2400, których część trzecia zabitych, czyni 800, część czwarta brańcow, czyni 600, a 1000 uciekłych, wszystko wynosi 2400.

Przykład vi. Sokrates spytany, wieleby miał Uczniów, odpowiedział: połowa Uczniów moich słucha Fizyki, czwarta część Metafizyki, osma część Matematyki, a prócz tego mam nowych 8. Pytam iak wiele miał wszystkich Uczniów?

Daymy że miał Uczniów 16; więc połowa będzie 8, czwarta część 4, osma część 2. Znoszę te części, y mam 14, te odciągam od 16, zostało 2, a powinno było zostać 8. Zaczem układam regułę proporcji tak:

$$2. 16 :: 8. 64.$$

Miał więc wszystkich Uczniów 64, z których połowa jest 32, część czwarta 16, część osma 8, y nowych ośmiu; tych wszystkich razem dodawszy, uczyni: 64.

Przykład vii. Student dostawszy od Rodziców pewną liczbę gruszek, gdy powracał do gospody, w drodze rowiennikowi swemu, z nim spotkawszy się, dał połowę; w bramie miasta dał bratu swemu połowę połowy, czyli część czwartą, do gospody przyszedłszy dał wspoł uczniom swoim część piątą, samemu, gdy rachuje, pięć tylko w kieszeni zostało się. Pytam ile gruszek Rodzice mu dali?

Day-

Daymy że mu dali 20, więc połowa będzie 10, czwarta część 5, piąta część 4. Zbioram te części, mam 19; te odciągamy od 20, zostało się 1, a zostać się powinno było 5. Więc mówię: 1 zostało położywszy 20, aby się zostało 5, wiele trzeba było założyć?

I. 20 :: 5. 100.

Wypada 100. Darował więc 95, a samemu 5 zostało się. Co czyni sto.

53. Na czym się załada reguła fałszywego założenia?

Załada się na regule proporcji porządkney; albowiem w tey regule iak się ma liczba z fałszywego założenia wynikająca, do liczby fałszywie założoney, tak się mieć powinna liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczym łatwe rozwiązanie zadań zawisło naywięcey na porządnym ułożeniu w proporcją terminow fałszywego założenia, aby za położeniem rzetelnego terminu na mieyscu trzecim, na czwartym wypadło rzetelne założenie zdadne na rozwiązanie zadanego pytania.

54. Jak się ta reguła doświadcza?

Uważam y roztrząsam, ieżeli wynaleziona liczba, czyni zadosyc pytaniu zadanemu ze wszystkimi iego kondycjami, iak po każdym przykladzie widzieć się daie.

§. 9.

O regule dwoistego fałszywego założenia.

55. **C**O iest reguła dwoistego założenia, *Duplicis Positionis?*

Iest ta, ktora rozwiązuie zadaną trudność przez założenie dwoch liczb do upodobania.

Ta reguła jest uniwersalniesz, niż poprzedzająca; gdyż wszystkie pytania, które tamta rozwiązuje, y ta rozwiązać może, ale nie przeciwnie, bo ta wiele innych rozwiązuje, których tamta niepotrafi.

56. Jak się odprawuje reguła dwójstego założenia?

Nayprzód: Bierze się za sumę, której szukasz, iakakolwiek liczba, iak w regule jednego założenia, która roztrząsniona, według zadanych kondycyi, gdy danemu pytaniu nieczyni zadość, błąd w założeniu tej liczby zachodzący, pisze się na prawej stronie tegoż założenia; lecz z tą różnicą: iż jeżeli błąd ow jest popełniony przez większe założenie (*per excessum*) nad rzetelną liczbą, której szukasz, trzeba go pisać przy owym założeniu, ze znakiem addycyi $+$; a jeżeli błąd ow jest popełniony przez mniejsze założenie (*per defectum*) nad liczbę, której szukasz, trzeba go pisać ze znakiem Subtrakcyi $-$; z których znakow pierwszy $+$ znaczy większość, drugi $-$ znaczy mniejszość, czyli brak.

Powtore: Bierze się za drugie założenie inna liczba, od pierwszej założonej większa, lub mniejsza, według upodobania (w niektórych przykładach bardzo rzecz pożyteczna, brać liczbę podwoyną pierwszej, *duplum prioris positionis*) a roztrząsnawszy ją podobnie iak y pierwszą; jeżeli y ta zadanemu pytaniu zadość nieczyni, pisze się także przy niej błąd ze znakiem większości $+$, lub ze znakiem mniejszości $-$, iak wypadnie. Te więc błędy albo obydwa będą popełnione przez większość $+$, lub obydwa przez mniejszość $-$, y zowią się

podo-

podobne; albo jeden przez większość, drugi przez mniejszość, y zowią się niepodobne.

57. Jak więc w tych obydwóch trafunkach postąpić sobie trzeba?

I. Kiedy błędy są sobie podobne, multiplikuy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, y wzajemnie założenie drugie multiplikuy przez błąd założenia pierwszego. Potym zachodzącą między temi dwiema produktami przewyżkę (m) podziel przez przewyżkę zachodzącą między błędami. Wieloraz wypadły pokaże rzetelną liczbę ktorey szukasz.

II. Jeżeli zaś błędy są sobie niepodobne, w ten czas produktu obydwu wzmiankowanyh sposobem uczynione, w jedną sumę zbierz, y podziel przez błędy obydwu w jedną sumę zniesione. Wieloraz wskaże liczbę rzetelną dotąd niewiadomą.

Przykład 1. Trzech Kupcow zarobili 400 złotych. Żytek drugiego większy jest niż pierwszego złot: 12. Żytek zaś trzeciego większy jest niż drugiego złotemi 16. Chcę wiedzieć żyła każdego z osobna Kupca?

Rozwiązanie. Zakładam sobie do upodobania liczbę zysku pierwszego Kupca, n. p. zł: 1, y roztrząsam, jeżeli się ta liczba zgodzi z okolicznościami zadanego pytania: w ten sposób: Jeżeli pierwszy Kupiec zyskał złoty 1, to wtóry zyskać musiał: 13, a trzeci 29, ktore zyski czynią złot: 43, a miało być złot: 400. Założona więc liczba nieczyni zadosyć pytaniu, y błąd, czyli różnica między znalezioną liczbą 43, a rzetelną 400, jest zł: 357,

13

ktore

[m] Przewyżka czyni się odcigając mniejszą liczbę od większej.

które piszę na prawey stronie założenia pierwszego, ze znakiem mnieyszości — tak:

I. Założenie 1. Błąd — 357.

Zakładam potym infszą liczbę, n. p. daię że pierwszy Kupiec zyskał 2 złote, więc drugi zyskał: 14, trzeci: 30. Te zyski zniesione uczynią złot: 46, a powinny były uczynić zł: 400. Więc y tu błąd iest popełniony przez mnieyszość złot: 354, od summy rzetelney, który piszę na prawym boku założenia drugiego ze znakiem — tak:

II. Założenie 2. Błąd — 354.

A ponieważ w tey operacyi obydwu błędy są sobie podobne, to iest: obydwu w założeniu popełnione przez mnieyszość od rzetelney summy; więc według nauki daney w pierwszym punkcie, multiplikuję założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest $1 \times 354 = 354$, a założenie drugie multiplikuję przez błąd założenia pierwszego, to iest $2 \times 357 = 714$. Z tey multiplikacyi obydwu produkta wynikające, mniejszy od większego odciągamy, to iest $714 - 354$, mam przewyżkę między temi produktami zachodzącą 360, którą dzielę przez przewyżkę 3, między dwoma błędami zachodzącą (bo $357 - 354 = 3$) y mam wieloraz 120, który pokazuje, że pierwszy Kupiec zyskał złot: 120, więc drugi zyskał 132, a trzeci 148, gdyż te parcyalne zyski dodane czynią 400 złotych, która summa w pytaniu założona była. Oto tey roboty wizerunek:

I. Założenie 1. Błąd — 357.

II. Założenie 2. Błąd — 354.

Przewyżka błędow - - 3.

Pro-

Produkt drugi z 2 X 357 = 714.

Produkt pierwszy z 1 X 354 = 354.

Produktów przewyżka = 360.

Podzielenie przewyżki produktów przez przewyżkę błędów: $3 \mid 360 \mid 120$. Wieloraz.

Przykład II. Kajus umierając zapisał trzem Kościołom A. B. C. sumę czerwonych złotych: 110. z tą kondycją, ażeby drugi Kościół B wziął tyle dwójce co A, y nad to 10 Cz: zł: C zaś aby wziął tyle co B, y jeszcze 15 Cz: zł. Pytam ile się każdemu Kościołowi dostać?

Na rozwiązanie pytania tego, kładę dla A 1 Cz: zł: więc B weźmie 12, C zaś 27, te liczby razem dodane, czynią 40 Czerw: złotych, a miały czynić 110. Błąd tedy popełniony jest — 70.

Kładę znowu dla A Czerw: zł: 2, włącz B weźmie 14, C 29. Te liczby dodane, czynią 45. a powinny były uczynić 110. Więc y tu błąd popełniony jest przez brak — 65. A ponieważ znaki są podobne, moltiplikacją odprawując według nauki w 1. punkcie podanej, toż Subtrakcją, y Dywizją uczyniwszy, wypadnie wieloraz 15. Więc A weźmie 15. B 40. C 65. Ktore summy parcyalne razem zebrane, czynią Cz: zł: 110. Oto robota:

Założenie. Błędy.

1.	_____	70
2.	_____	65

Przewyżka błędów — 5.

Produkta 65, y 140. Jch przewyżka 75.

5. \mid 75 \mid 15 Wieloraz.

Przy-

Przykład III. Pewny spoyrzawszy na kielkę przyjaciela swiego, rzecze mu: zdaie mi się, że w tey kielce masz 225 Czerw: złot:, ktoruemu drugi odpowiedział: mylisz się przyiacielu, ale gdybym miał tyle dwoie co mam, y piątą część tego, y gdybyś mi jeszcze z twoich pieniędzy przydał 5 Czer: zł:, w ten czas dopiero summa moich pieniędzy wyniosłaby Cz: zł: 225. Pytam ile w rzeczy samey miał pieniędzy?

Daymy, że miał Czerw: złot: 10, do tych przydawszy drugie tyle 10, y piątą część tego, to jest: 2, y procz tego jeszcze 5 Czerw: zł:, wychodzi wszystkich Czer: zł: $10 + 10 + 2 + 5 = 27$ Czer: zł:, a miało ich być 225. Błąd tedy jest popełniony przez mnieysze założenie nad sumę zadaną — 198.

Daymy powtore, że miał Czer: złot: 110, do których przydawszy drugie 110, y piątą część tego 22, y 5 Cz: zł:, wypada wszystkich 247, a miało ich być 225. Błąd tedy w założeniu jest popełniony przez większość nad sumę założoną $+ 22$.

W tym przykładzie, iż znaki wypadły przeciwné, czyli niepodobne, zaczym podług nauki w II. punkcie daney, multiplikuję najprzod założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, to jest: $10 \times 22 = 220$, a założenie drugie multiplikuję przez błąd założenia pierwszego, to jest: $110 \times 198 = 21780$. Potym sumę z tych produktow zebraną 22000, dziele przez sumę błędow, to jest przez 220. Wieloraz 100 pokazuje, że w kielce było Czerw: złot: 100. Do nich bowiem przydawszy drugie tyle 100, y piątą część

20,

20, y procz tego 5. Czerw: zlot:, wypadnie
summa w pytaniu wyrażona 225.

Założenie. Błedy.

$$\begin{array}{r} 10 \quad \text{---} \quad 198. \\ 110 \quad \text{+} \quad 22. \\ \hline \end{array}$$

Summa: 220.

Produkta $220 \text{+} 21780$. Ich summa 22000.
 $22(0 \mid 2200(0 \mid 100$. Wieloraz.

Przykład iv. Jalmużnik jeden od trzech żebraków obślapiony, daie pierwszemu połowę pieniędzy, ktore ma w kiesce, y jeszcze 2 gro: Drugiemu daie czwartą część, y 3 gro: Trzeciemu daie szostą część, y nad to 4 gro: Zostały mu się tylko 2 gro: Pytam iak wiele miał gro: w kiesce, y po wiele każdemu dał?

Daymy, że miał w kiesce 12 gr:; więc pierwszemu dał $6 \text{+} 2$, drugiemu $3 \text{+} 3$, trzeciemu $2 \text{+} 4$. Te wszystkie części, z temi 2 gr: ktore się mu zostały czynią 22, a miały czynić 12. Błąd więc przez większość jest popełniony $\text{+} 10$.

Daymy powtore, że miał w kiesce gr: 24. Więc pierwszy wziął $12 \text{+} 2$. Drugi $6 \text{+} 3$. Trzeci $4 \text{+} 4$, co wszystko razem z dwiema gr: ktore się zostały, czyni 33, a miało być tylko według założenia 24. Więc y tu błąd zachodzi przez większość popełniony $\text{+} 9$. Odprawię tedy Subtrakcyą, y moltiplicacyą sposobem wyżey podanym, gdyż znaki są obydwie podobne, y wypada wszystkich gro: ktore były w kiesce 132, z ktorych pierwszy ubogi wziął 68, drugi 36, trzeci 26, a dwa się zostały. Te wszystkie części wynoszą summę: 132.

Przykład v. Nauczyciel pewny ma Uczniow

pe-

pewną liczbę; z tych Polaków jest połowa, Rusinów czwarta część, Litwinów piąta część, y procz tych, trzech Niemców. Pytam wiele miał wszystkich uczniów, wiele Polaków, Rusinów, y Litwinów?

Daymy, że miał Uczniów 20, więc Polaków będzie 10, Rusinów 5, Litwinów 4, razem z trzema Niemcami, ci wszyscy czynią 22, a mieli czynić tylko 20 podług założenia. Błąd przeto popełniony przez większość $\frac{1}{2}$.

Kładę powtore, że miał Uczniów 40; więc Polaków będzie 20; Rusinów 10; Litwinów 8. z trzema Niemcami, ci wszyscy czynią 41, a powinni czynić tylko 40. Błąd tedy, y tu popełniony przez większość $\frac{1}{4}$. Dalej postępuję sobie według reguł wyżej podanych. Wypadnie wszystkich Uczniów 60. Z tych więc Polaków miał 30, Rusinów 15, Litwinów 12, a Niemców 3, którzy wszyscy wynoszą Uczniów 60.

Krocey to zadanie rozwiązuje jedno założenie. Założywszy bowiem Uczniów 20, wypadnie wszystkich (nierachując 3 Niemców) 19, to jest: 1 mniej, niż założyłem. Więc układam regułę proporcji: 1, zostało się, gdym założył 20, aby się zostało 3, wiele trzeba było Uczniów założyć? &c.

1. 20:: 3. 60.

Przykład VI. W pewnej fortecy byli na załodze Francuzi, Polacy, y Moskał. Liczba Francuzów wraz z Polakami wziętych czyniła 3000. Liczba Polaków z Moskałami czyniła 5000. Liczba Francuzów z Moskałami 4000. Pytam wiele było żołnierzy z każdego narodu, potym ile było wszystkich wraz wziętych?

Kładę

Kładę, że Francuzow było - 500.

Więc Polakow powinno bydź 2500.

Moskalow zaś będzie - 2500.

Francuzi tedy z Polakami czynią 3000. Polacy z Moskalami 5000. Y dotąd kondycjom zadanego pytania stało się dyszyć.

Lecz Francuzi z Moskalami czynią tylko 3000, a powinni byli czynić 4000. Błąd więc jest popełniony przez mnieyszość — 1000.

Kładę powtore, że Francuzow było 900, więc Polakow będzie 2100, a Moskalow 2900. Krotko mówiąc: Francuzow z Moskalami będzie tylko 3800, a powinno bydź 4000. Zaczym y tu błąd zachodzi przez mnieyszość, to jest — 200. Po odprawioney operacyi, wypadnie Francuzow 1000; więc Polakow będzie 2000, a Moskalow 3000. A przeto Francuzow z Polakami będzie 3000, Polakow z Moskalami 5000, a Francuzow z Moskalami 4000. Oto robota:

Założenie.	Błędy.
500 —	1000.
900 —	200.

Różnica błędow - 800.

Różnica produktow - 800000.

Dywizya: 800 | 800000 | 1000 Wieloraz.

58. Jak można poznać, kiedy dwoistego założenia na rozwiązanie kwestyi iakiey zażywać trzeba?

Można to poznać następującym sposobem: kiedykolwiek do zadanego pytania przyłączona jest iaka pewna, y ustanowiona liczba, którą do fałszywego założenia przydać potrzeba,

trzeba, w ten czas reguły dwoiſtego założeńia zażyć potrzeba. Tak w I. przykładzie zł: 12, y złot: 16, w II. przykładzie Czer: złot: 10, y 15, &c: ktore do zadanego pytania przydać potrzeba, wikażuią, że to zadanie, dwoiſtego założeńia potrzebuie na rozwiąza-
nie.

Prawda, iż ſą niektore zadania, ktore y w tym razie mogą być rozwiązane przez iedno założenie, iako ſię pokazuje w przed oſt-
atnim przykładzie, mianowicie kiedy pewną owę liczbę można odciąć od daney ſummy, czyli liczby założoney, iak przykład naſtępu-
jący pokaże; Atoli tego ſposobu rozeznawa-
nia zawsze trzymać ſię potrzeba, zwłaszcza, iż wſzyſkie zadania ułatwić można przez dwoiakie założenie, ktore ſię przez iedno rozwiązuia.

Przykład. Pewny ſpytany iakby wiele miał pieniędzy, odpowiedział w ten ſposob: tyle mam Czerw: złot:, iż gdyby do nich przyda-
no ich połowę, y trzecią część, y czwartą, y nad to 100 Cz: złot:, na ten czas uczyni-
łyby mu 300 Cz: złot. Pytam iak wiele miał pieniędzy?

W tym przykładzie odcinam przyłączoną li-
czbę 100, od 300, zostało ſię 200. Potym
kładę, że miał Cz: zł: 12; więc połowa ich
będzie 6, trzecia część 4, czwarta część 3,
ktore części dodane wynoſzą tylko 25, a
miały wynoſić 200. Zaczynam mówić: ieżeli
25 wypada od 12, 200 od wielu wypaść po-
winno? Wypadnie 96.

25. 12 :: 200. 96.

Tych połowa ieſt 48, trzecia część 32,
czwar-

czwarta część 24, te części dodane czynią 104, dodawszy do nich 96, czynią 200, do tych nakoniec przydając 100 Czer: złot: odciętych, wypadnie wszystkich 300 Cz: zł.

59. Na co jeszcze w regule tak dwójstego, iako y iednego założenia względ mieć potrzeba?

Na to osobliwiey: aby za pierwsze założenia takich liczb dobierać, ktoreby do rozwiązania zadanego pytania nayzdatniejszy były, y spełna na różne części bez frakcyi, dane liczby, czyli summy dzielić mogły, aby się ustrzec zamiatwania w operacyach. Nadto na pierwsze założenia trzeba kłaść iak najmniejsze liczby, aby sobie operacyą skrócić, y ułatwić, iak w przykładach poprzedzających, widzieć można. Naostatek w regule dwójstego założenia na drugie założenie, użyteczna rzecz iest kłaść podwoione pierwsze założenie, zwłaszcza gdzie liczbę iaką na części dzielić przychodzi.

60. Jak się ta reguła doświadcza?

Doświadcza się roztrząsając, ieżeli wynaleziona liczba zadosyć czyni kondycyom w zadaniu położonym; iak po każdym przykładzie widzieć się daie.

§. 10.

Zamyka w sobie rozmaite przykłady, ktore się przez poprzedzające reguły rozwiązują.

I. **P**Rzykłady na regułę proporcyi porządne.

I. Jeżeli od iednego kominu, dymowego na rok płacić potrzeba złot: 8. Pytam ile przypadnie wypłacić, złotych od kominow 20? Liczba wynaleziona 160.

II.

II. Grabarzowi kopiącemu studnię, od iednego sążnia kubicznego płaci się złotych 6. Pytam ile od sążni 72 dać potrzeba będzie temuż Grabarzowi? Liczba wynaleziona 432.

III. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimskiego, miał robotnikow 180000. Daliśmy, że na 2 robotnikow dawano codzień 3 złote; Pytam ile na wszystkich codzień wydano? Liczba wynaleziona 270000.

IV. Według Systematu Kopiernika ziemia co rok ubiega w kole swoim gradusow 360. Pytam ile gradusow ubieży przez 4 miesiące? Liczba wynaleziona 120.

V. Łaska $\frac{1}{2}$ łokcia wysoka, o godzinie trzeciej z południa rzuca cień na 3 łokcie y $\frac{1}{4}$. Przyległej wieży o teyże godzinie jest cień na 300 łokci; Pytam iak wysoka wieża? Proporcya tak stać będzie: $3 \frac{1}{4} : \frac{1}{2} :: 300 : 45$. Liczba wynaleziona 45.

VI. Biorąc na rok w prowizyi po 5 od sta, mam złot: 430 $\frac{1}{4}$. od pewney summy. Pytam ile mieć mogę od teyże summy za lat 9? Proporcya i. $430 \frac{1}{4} : \frac{1}{4} :: 9 : 387 \frac{1}{4}$.

VII. Piotr winnym będąc Janowi 3432 zł: usteępuje mu kamienicy, od ktorey naiecia brał corocznie 800 zł:; Pytam wiele lat kamienicę owę w długu swoim trzymać powinien? Proporcya tak stać powinna: $8 : 1 :: 3432 : 429 \frac{1}{2}$. To jest trzymać ją ma lat 4. y dni około 106.

VIII. Kupiec łożył Czerw: złot: 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na kapitale swoim Czerw: złot: 80; pytam za iaką cenę łokieć ieden przedawać powinien? W tym przykładzie złączam zysk

zysk założony z pieniędzmi łożonemi na towar $80 + 500 = 580$. Potym układam regułę proporcyi: $400. 580 :: 1. 1 + \frac{1}{25}$. Wypada tedy za ieden łokieć: 1 Cz: zł: 8. zł: gr: 3.

IX. Pewny Pan sprzedał pałac za Czer: zł: 9072, za który był zapłacił Czerw: zł: 8400; pytam ile na każdym stu zyskał? Proporcją tak układam: jeżeli 8400 wniosły 9072, coż wniosło każde 100? Wypada za czwarty termin 108; więc na każdym stu zyskał Czerw: złot: 8.

X. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerw: złot: 660, to jest na rok każdy Czer: złot: 220. Tym czasem sumnę tę ofiaruje się natychmiast kredytorowi oddać, jeżeliby mu 10 na każdym 100 ustał; Pytam ile w ten czas wypłacićby powinien? Układam sobie tak proporcją: na 100 ginie 10, na 660, wiele zginie? Przepadnie 66. Te 66, odtrącam od summy 660, zostało się 594. Tyle więc ma wypłacić kredytorowi.

II. Przykłady na regułę proporcyi składaną.

I. Przez 15 dni bawiąc się 5 Kawalerów w Warszawie tracą w spólnie na wikt Czer: zł: 86. Pytam Kawalerów 4 przez dni 24 wspólnie żyjących wiele wydadzą? Liczba wynaleziona $110 + \frac{1}{25}$ Czerw: złotyich.

II. Od przewiezienia 5 cetnarów towaru za mil $25 + \frac{1}{2}$, zapłacił kupiec złot: 56. Pytam od przewiezienia 12 cetnarów tegoż towaru za mil 35 wiele zapłacić powinien? Liczba wynaleziona $184 + \frac{6}{17}$, to jest złot: 184, y gr: około 15.

III. W pewnym Konwikcie jest 8 Kawalerów, z których każdy za miesiąc płaci po 6 Czerw:

Czerw: złot.; Pytam za 4 lata wiele im zapłacić przypadnie? Liczba wynaleziona 2304.

IV. Jeżeli 100 Czerw: złotemi zarabia Kupiec przez 8 miesięcy 20 Czerw: złot.; pytam za jaki czas temiż 100 Cz: zł: zarobi 30 Cz: zł: ? W tym przykładzie można sto Cz: zł: opuścić w operacyi, gdyż też sama summa sto, drugi raz przypada, aby jedną operacyą, to pytanie zakończyć, tak: 20. 8. 30? 12. Liczba więc szukana wychodzi: 12.

V. Kupiec pewny kupił 300 funtów pewnego towaru za 60 Czerw: złot.; wiedzieć zaś chce ile na stu Czerw: złot: zarobi, jeżeli też 300 funtów sprzeda za 64 Czerw: zł. Albo ile na stu Czerw: złotych straci, jeżeli ten towar sprzeda za 57 Cz: zł: ? Układam tak terminy: na 300 chce zarobić 4 Czerw: zł: wiele zarobi na 100? Wypada $1\frac{1}{3}$. Albo na 300 traci 3 Cz: zł: wiele traci na 100? Wypada 1 Cz: zł.

VI. Pewny Kupiec w Wrocławiu kupił pewnego towaru funtów 500, za 100 Czerw: zł. Akcyzy wszystkiej na komorach, y Furmanowi zapłacił 20 Cz: zł. Teraz chce wiedzieć po wiele każdy funt ma przedawać, ażeby nad wszystkie expensę zarobił na każdym funcie po 24 gr?

W tym przykładzie expensę trzeba przylączyć do pieniędzy położonych na towar, y tak ułożyć terminy: za 500 funtów 120 Czerw: zł: wiele za 1? Tu czerwone złote sprowadzam na złote przez 17. Wypadnie za jeden funt złot: $4\frac{1}{17}\frac{2}{3}$, to jest prawie gr: 2; Przydaię do tego wieloraza gr: 24, które chce zarobić, przypadnie każdy funt po złot: 4. y gr: 26. przedawać.

III. Przykłady na regułę proporcyi wśpak obroconą.

I. Pewny plac 18 robotników za 3 dni skopali, pytam robotników 6 za wiele dni tenże plac skopać powinni? Liczba wynal: 9 dni.

II. Budynek pewny za 40 dni Rzemieśników 6 skończyli; pytam Rzemieśników 15 tenże budynek za wiele dni skończyliby? Liczba wynaleziona za 16 dni.

III. Pewne pole szerokie prętów $15\frac{1}{2}$, długie prętów 24, iest równe drugiemu polu długiemu 36 prętów; pytam iaka drugiego pola szerokość? Liczba wynaleziona $19\frac{1}{3}$.

IV. Pisarczyków 5 przez 2 miesiące przepisali pewne dzieło; pytam Pisarczyków 3 wiele czasu na przepisanie tegoż dzieła potrzebną? Liczba wynal: miesiący 3, dni 10.

V. Sukna 9 łokci, którego szerokość iest na 3 pędzi, wystarcza na zrobienie sukni; pytam iak wiele łokci inższego sukna potrzeba na podobną suknię, którego szerokość iest na 2 pędzi? $3. 9 :: 2? 13\frac{1}{2}$ łokci.

VI. Obłożone woysko 8500 ma prowiantow na 10 tygodni. Tym czasem ma pewną nadzieję poliku, lub odstąpienia nieprzyaciela, lecz aż za 25 tygodni; chce więc Hetman wiedzieć, ile ma zatrzymać żołnierzy, aby mu prowianty wystarczyły na 25 tygodni? $10. 8500 :: 25? 3400$ żołnierzy.

IV. Przykłady na regułę proporcyi składaną wśpak obroconą.

I. Pisarczyków 3 w pięć dni napiszą wygone 60 kart, pytam kart 300, Pisarczyków 4 za wiele dni napiszą? Liczba wynaleziona za dni 18 y godzin 18. W tym przykładzie iako

ko y w drugim, y w trzecim, wyższe tylko terminy są wspak obrocone.

II. Piotr na 10 Czerw: zł: przez 3 lata zyskał zł: 60; pytam na Cz: zł: 5, złotych 100, w jakim czasie zyskać może? Liczba wynaleziona za lat 13. miesięcy 4.

III. Piiakow 5 przez dni 6, wypilaia beczkę wina, 60 garcy w sobie zamykającą; pytam piiakow 8, równą beczkę; iak długo pić mogą? Liczba wynal: przez dni 3 y godzin 18.

IV. Kupiec sprowadził pewnego towaru funtow 100, o mil 15, za złotych 36; pytam wiele funtow sprowadzi za złotych 180. o mil 25? Liczba wynaleziona 300. W tym y w następującym przykładzie niższe tylko terminy wspak obrocone.

V. Wody cebrow 60, na 3 kwadransie wypływa z pewnego naczynia, dwiema upustami; pytam 100 cebrow wody, za ieden kwadrans, wiele upustami płynąć powinny? Liczba wynaleziona 10.

V. Przykłady na regułę Towarzystwa.

I. Dwóch przedsiębiorze wspólny prowadzić handel. A składa Czerw: złot: 9. B 12. Zyskują na swoim towarze Cz: zł: 16. Pytam ile każdy zyskał? Liczba wynaleziona I. $6 \frac{1}{3}$. II. $9 \frac{1}{3}$ Czerw: złot.

II. Trzech handluie wraz, C składa Cz: zł: 20. D 16. E 30. Tracą na handlu wraz wszyscy Cz: zł: 40; pytam ile każdy szkodziuie? I. $12 \frac{2}{3}$. II. $9 \frac{1}{3}$. III. $18 \frac{1}{3}$.

III. Pan pewny niektorych dobr swoich, za stawil na rok część dziesiątą; inszych część dwudziestą; inszych część czterdziestą za zł: 12000. Pytam ile mu każda częśćka, pieniędzy czy-

czyniła? Liczba wynaleziona I. 6857 $\frac{4}{5}$. II. 3428 $\frac{1}{2}$. III. 1714 $\frac{8}{9}$.

IV. Trzech wspólny prowadzą handel: F składa Czerw: zł: 50, ale od lat 4. G Cz: zł: 90, ale od lat 2. H Cz: zł: 120 od lat 3. Zyskują razem Cz: zł: 340; pytam iak wiele każdy z osobna korzyścił? F. 91 $\frac{6}{7}$. G. 82 $\frac{5}{7}$. H. 165 $\frac{3}{4}$.

V. Trzech Kupcow zyskali na swych towarach Czerw: zł: 40. Pierwszy zaś z nich złożył Cz: zł: 60 y zł: 9. od 4 miesięcy. Drugi 50 Cz: zł: y zł: 6 od 3 miesięcy. Trzeci złożył 36 Cz: zł: y zł: 3 od 2 miesięcy; Pytam ile każdemu z tego zysku proporcjonalnie do złożoney summy y czasu przypadnie? Licz: wynal: I. 353 $\frac{2619}{3537}$. II. 220 $\frac{2580}{3537}$. III. 105 $\frac{2715}{3537}$.

VI. Kupcow trzech wspólny prowadząc handel, równą wszyscy składają summę, to jest każdy po 50 Czerw: zlot:, ale z tą różnicą, iż A od lat 3. B od lat 2. C od $\frac{1}{2}$ roku. Zyskują wszyscy razem Cz: zł: 624. Pytam ile z tego zysku każdy zyskuje? A 340 $\frac{160}{175}$. B 226 $\frac{24}{75}$. C 56 $\frac{200}{75}$.

VI. Przykłady na regułę wiązania.

I. Ma Kupiec dwoiakię gatunku bawełnę, iednego funt po zł: 3, drugiego gatunku po zł: 2 $\frac{1}{2}$. Pierwszego gatunku bawełny jest funtow 60, drugiego 40. Miesza ten dwoiaki gatunek razem, y chce wiedzieć po czemu na ow czas ieden funt bawełny przypadnie? Liczba wynal: po 2 zł: y gr: 24.

II. Ma kto troiakię gatunku pieprz, pierwszego ma funtow 20, a ieden po złotych 6. Drugiego funtow 16, a ieden po zł: 4. Trzeciego ma funtow 7, a ieden po zlot: 5. Ten

pieprz przypadkiem zmieszał się mu; chce tedy wiedzieć, poczemu ieden funt mieszanego pieprzu kosztować powinien? Liczba wyznaczona po złot: 5. y gr: około 3.

III. Przynosi kto do złotnika bryłę srebra próby dziesiątey, na robienie łyżek, nożów, &c: y chce aby to srebro podnieść do próby trzynastej. Pytam ile złotnik z fanzlibru ma brać, ażeby owo srebro stało się próby trzynastej?

Te próby srebra kładę na regułę wiązania, toż przewyżki 3 a 3, zbieram w iedno, mam 6; potym układam regułę proporeyi: 6. 11: 3. Czwarty termin $\frac{3}{2}$; toż samo wypadnie z drugiego srebra próby dziesiątej. Więc tak z srebra fanzlibru ma brać po $\frac{3}{2}$, iako y z srebra dziesiątej próby. Teraz te frakcyje albo na in-sze sprowadzam, ktoreby miały Mianownik 16, to jest 16 łotów, aby łatwiey wydział tych sreber uczynić można; albo też iak w tym przykładzie, na mnieysze terminy te frakcyje sprowadzam, wypadnie $\frac{1}{2}$, to jest z obojga srebra po 8 łotów ma brać, gdyż w grzywnie jest łotów 16. Taka grzywna będzie próby trzynastej, po złot: 58 $\frac{1}{2}$.

Gdyby się iaka frakcyja została, to łoty na grana sprowadzaiby potrzeba.

Grzywna feinzlibru kosztuje złot: 72, y takie srebro, jest naywyższej 16stej próby.

IV. Arędarz ma trojaką gorzałkę; pierwszey garniec kosztuje 3 złote, drugiey 2 złote, trzeciey 1 $\frac{1}{2}$. Pytam ile z każdego gatunku wziąć potrzeba, ażeby ieden garniec kosztował 2 $\frac{1}{2}$ złot: ? Liczba wynal: z pierwszey $\frac{6}{5}$, z drugiey $\frac{7}{5}$ garca, z trzeciey $\frac{7}{5}$ garca.

V. Pewny kazał robić posąg srebrny 300 funtów ważący. Pokazuje mu złotnik dwoiakie srebro, pierwszego funt ieden kosztuje 50, drugiego 40, które Pan tak każe zmieszać, aby funt ieden kosztował 48. Pytam ile z obojga gatunku wziąć ma, ażeby miał 300 funtów, z których każdy kosztowałby 48? Liczba wynaleziona z pierwszego funtów 240. Z drugiego 60, biorąc na każdy funt z pierwsz: $\frac{1}{5}$, z drug: $\frac{2}{5}$. Taki funt kosztować będzie 48. Oto wizerunek roboty:

50.	8.
48.	
40.	2.

10. 300:: 8. 240. pierwszego srebra.
10. 300:: 2. 60. drugiego,

VII. Przykłady na regułę iednego założenia.

I. Piotra, Pawła y Jana lata zebrane czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcej nad Piotra, a Jan dwakroć więcej lat nad Pawła; pytam ile lat każdy z nich miał? Liczba wynal: Piotr 10. Paweł 30. Jan 60.

II. W pewnym młynie są trzy kamienie, z krorych pierwszy miele za godzinę korcy 6, drugi korcy 4, trzeci 3. Pytam ile godzin potrzeba, aby te wszystkie kamienie zmelły korcy 52? Liczba wynal: godzin 4.

III. Jozefa, Jakoba y Marka roczne zebrane intraty, wynoszą złot: 72000. Lecz Jakoba dwa razy większa jest intrata nad Jozefa, a Marka trzy razy jest większa nad Jakoba. Pytam ile każdy z nich ma intraty? Liczba wynaleziona Jozef 8000. Jakob 16000. Marek 48000.

IV. Tytus umierając zostawił sumę Czer: złot: 9845 trzem osobom: Synowi, Corce y Kajowi przyjacielowi, z tą różnicą: aby Syn wziął połowę, Corka część trzecią, Kajus część czwartą owej summy; pytam wie e ma wziąć Syn, wiele Corka y Kajus? Liczba wynaleziona Syn wziąć powinien $4543 \frac{1}{11}$. Corka $3029 \frac{1}{11}$. Kajus $2271 \frac{1}{11}$.

V. Pewny bezdzietny umierając legował na 4 Synowcow swoich złot: 34000, z tą kondycją, ażeby pierwszy wziął cztery razy tyle, co drugi; a drugi dwa razy tyle, co trzeci; trzeci zaś trzy razy tyle, co czwarty; pytam ile każdy z nich weźmie? Liczba wynaleziona I. 24000. II. 6000. III. 3000. IV. 1000.

VI. Pewny iadąc z Piotrkowa do Warszawy wydał w drodze z swoich pieniędzy: $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{5}$, do domu powrociwszy, postrzegł, że mu tylko zostało 36 złotych. Pytam iak wiele pieniędzy z sobą wziął był, y wiele w drodze wydał? Liczba wynal: wziął był 270, z tych wydał 234, zostało się 36.

VII. Wieży pewney wierzch widać na 24 stopy wysokości, twierdzi zaś pewny, iż $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$ części teyże wieży jest załlonionych dla przyległych domostw; pytam iak owa wieża wysoka? Liczba wynal: wysoka stop 90.

Założ:

8. 30 :: 24. 90.

VIII. Pewny spytany wieleby lat miał, odpowiedział: gdyby do moich lat przydano ich połowę, a z summy odciągniono część czwartą teyże summy, na ten czas zostało się lat 90. Pytam wiele w rzeczy samey lat miał? Liczba wynaleziona miał lat 80.

Założ:

Założ:

18. 16 :: 90. 80.

IX. Dłużnik pewny wypłacił długu swiego: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$, y powiada, że jeszcze winien złotych 72. Pytam iak wielki dług iego był? Liczba wynaleziona 1728.

Założ:

1. 24 :: 72. 1728.

X. Wynaleść taką liczbę, ktorey: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, y $\frac{1}{6}$ części uczyniłyby 522? Liczba wynaleziona 360.

Założ:

87. 60 :: 522. 360.

XI. Jest w ogrodzie lew kamienny, ktorego oczami ieśli wodę pompuję, napełni się przyległa wanna w 10 godzin, ieśli uszami napełni się w 5 godzin, ieśli pyskiem napełni się w 20 godzin. Pytam w wielu godzinach napełni się, ieśli razem oczami, uszami y pyskiem wodę puszczę? Liczba wynaleziona 2 godzin $\frac{1}{3}$.

Daymy bowiem że na to pòtrzeba 1 godziny, więc w 1 godz: oczy napełnią $\frac{1}{10}$. Uszy $\frac{1}{5}$. Pysk $\frac{1}{20}$, to ieść napełnią razem $\frac{7}{20}$. Lecz powinny napełnić całą wannę, to ieść: $\frac{20}{20}$. Więć kładę:

$\frac{7}{20}$. 1 :: $\frac{20}{20}$. 2 $\frac{1}{3}$.

XII. Dwóch podrożnych odprawiają podróż, pierwszy uchodzi na dzień mil 5 $\frac{1}{2}$. Drugi mil 6 $\frac{1}{4}$. Pytam ieżeli pierwszy uszedł już mil 15, ktorego dnia ten drugi dogoni go? Liczba wynal: za dni 20.

Daymy, że go tylko uprzedził $\frac{1}{4}$ mili, więc go dogoni za ieden dzień. Przeto proporcya tak stać będzie: $\frac{1}{4}$. 1 :: 15. 20.

VIII. Przykłady na regułę dwoistego założenia.

I. Trzech rzemieślników zarobili złot: 400. Zarobek drugiego przewyższa zarobek pierwszego złot: 12. Zarobek zaś trzeciego przechodzi zarobek drugiego złot: 16. Pytam ile każdy zarobił? Liczba wynaleziona pierwszy 120, drugi 132, trzeci 148.

II. Trzech A. B. C. mają pewną summę pieniędzy: A y B mają razem złot: 50. B y C mają 70. C y A mają 60. Pytam ile z nich każdy ma? Licz: wynal: A 20. B 30. C 40.

III. Czterech Kawalerow zyskali przy grze Czerw: złot: 89; lecz z tą różnicą, że drugi ośmią więcej Cz: zł: wygrał nad pierwszego; trzeci wygrał tyle, ile drugi, a czwarty tyle, ile trzeci, y nad to jeszcze 9 Cz: zł:; Pytam ile każdy zyskał? Licz: wynal: pierwszy 14, drugi 22, trzeci 22, czwarty 31.

IV. Syn pytał się Ojca o lata swoje, y taką odebrał odpowiedź: jeżeli do tych lat, które teraz masz: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, a nad to 9 przydasz, będziesz miał lat 100. Pytam ile w rzeczy samej ow Syn miał lat? Licz: wynal: 20.

V. Piotr rozmawiając z Pawłem, rzecze; rozumiem, że liczysz lat 30; tak odpowiedział Paweł, jeżeli z lat twoich przydasz rok jeden, y jeszcze $\frac{1}{2}$, y $\frac{1}{12}$ z tych lat ktore mam, w ten czas mieć będę lat 30. Pytam wiele Paweł miał lat? Liczbą wynal: 24.

VI. Alexander pewnego razu rozmawiając z Kalistenesem Filozofem, rzekł: ja Efezyona z laty przechodzę, Klitus zaś obydwu nas lata liczy, y jeszcze 4, a przeto wszyscy mamy lat 96. Pytam wiele na ten czas lat miał

Ale-

Alexander, wiele Efeftyo, wiele Klitus? Liczba wynaleziona Efeftyo miał 22. Alexander 24. Klitus 50.

VII. Trzech maia pewną summę pieniędzy, to jest 44 Czer: złot: Ale drugi ma tyle drugie co pierwszy, y jeszcze 4 Cz: zł. Trzeci zaś tyle ma, ile pierwszy y drugi, y jeszcze 6. Pytam ile każdy miał? Liczba wynal: pierwszy 5, drugi 14, trzeci 25.

VIII. Chcę wynaleść trzy liczby, ktoreby dodane uczyniły 60; druga zaś aby pierwszą zawierała w sobie dwa razy, y nad to cztery, trzecia zaś aby w sobie zamykała pierwszą y drugą, y nad to 6? Liczba wynal: pierwsza $7\frac{2}{3}$, druga $19\frac{1}{3}$, trzecia 33.

IX. Jak podzielić liczbę 1000 na dwie części, z ktorych większa przechodziłaby mniejszą tą liczbą 49? Licz: wynal: większa liczba $524\frac{1}{2}$, więc mniejsza $475\frac{1}{2}$.

X. Dwóch kupuia pole pewne złotych 100 otaxowane. Pierwszy do drugiego mowi, gdybyś mi z twych pieniędzy dał połowę, mógłbym sam to pole kupić. Drugi zaś rzecze: gdybyś mi z twych pieniędzy $\frac{1}{3}$ dał, ja sam owo pole zapłaciłbym. Pytam ile każdy miał pieniędzy? Licz: wynal: pierwszy 60. Drugi 80.

Założ:

Drugi	20 - 50.	Kładę, że drugi miał zł:
Pierwszy	90.	20; z tych usteępuje pier-
Drugi	32 - 40.	wszemu połowy to jest
Pierwszy	84.	10, więc pierwszy miał-

by 90. Potym pierwszy usteępuje drugiemu trzeciej części, to jest 30, y będzie miał 50, więc mu jeszcze 50 do sta niedostaie, piszę ten błąd

Errata. A. zno-

A znowu czynię drugie założenie tymże sposobem *etc.*

XI Alexander W. przed batalią, którą miał sfoczyć z Daryuszem, kazał rozdać między żołnierzy swoich 77500 funtów mąki; Konnemu każdemu po 3 funty; Piezemu każdemu po 2 funty. Było zaś Piechoty 7 razy więcej niż Kawaleryi y ieszcze 500. Pytam ile Kawaleryi, ile Piechoty na plac Alexander wyprowadził? Liczba wynal: Kawaleryi wyprowadził 4500. Piechoty siedm razy więcej y ieszcze 500, to jest: 32000.

ROZDZIAŁ IV.

O wyciąganiu ścian.

Pospolitsze y w częstszym używaniu ściany są te: Kwadratowa czyli czworograniasta, lub czteroboczna, wyciągana z czworgrania (*ex quadrato*) y kubiczna czyli sześciogranna, lub sześcioboczna albo pełna, wyciągana z sześciogranu (*ex cubo.*) O tych teraz mowa będzie.

1. Co jest kwadrat, co ściana kwadratowa?

Kwadrat albo czworgran, jest liczba przez się samę rozmnożona, n. p. 2×2 , czynią 4. Także 3×3 , czynią 9. Te 4 y 9 są kwadraty, czyli liczby kwadratowe; liczby zaś 2 y 3, z których moltiplikacyi przez siebie samych z osobna kwadraty wyniknęły, zowią się ścianami kwadratowymi, czyli czworgraniastymi. Ściany więc są to te liczby, z których się kwadraty rodzą. A zatym liczba kwadratowa jest ta, ktorej iedności mogą bydź rostawione w kwadrat.

2. Co jest sześciogran, co ściana sześciogranna?

Sześciogran jest ta liczba, która rośnie z liczby jakiej trzy razy w się wprowadzonej. Albo jest to ta liczba, która wynika z kwadratu przez swoją ścianę rozmnożonego. Na przykład 8 rośnie ze 2 we 2, y z tego produktu 4, w też dwa wprowadzonych. Podobnie 27 staie się z kwadratu 9 przez ścianę jego 3 rozmnożonego. Liczby zaś owe 2 y 3, przez które kwadraty ich własne rozmnożyłem, nazywają się ściany sześciogrannne. Liczba sześciogranna nazywa się inaczej kostka dla tego, iż wzdłuż, wszerez y wglęb jest równoboczna.

Jeżeli wspomniony sześciogran 8 przez swoją ścianę 2 rozmnożę, wypadnie produkt 16 stopnia czwartego. Ten znowu rozmnożywszy przez tęż ścianę 2, tak 16×2 , wypadnie nowy produkt 32 stopnia piątego; y tam daley. Sciana bowiem pierwsza 2 zowie się stopień pierwszy, albo po prostu ściana; 4 zowie się stopień drugi albo kwadrat; 8 stopień trzeci albo sześciogran; 16 stopień czwarty albo czworgran czworgrania; 32 stopień piąty albo sześciogran sześciogrannia. Te wyższe stopnie do Algebry odsyłamy; nam dosyć będzie ukazać sposób wyciągania ściany czworgranniaстей y sześciogranney, zwłaszcza iż wyższych stopni rzadkie jest używanie.

3. Co to jest wyciąganie ściany kwadratowej y sześciogranney?

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowej albo sześciogranney, jest to wynalezienie liczby owej, z ktorej stał się kwadrat albo sześciogran.

4. Które są reguły służące do wyciągania ścian?

Inne są do wyciągania ścian kwadratowych, a inne do wyciągania ścian z liczby sześciogranney czyli pełney. O każdych z osobna mówić będziemy.

§. I.

O wyciąganiu ściany czworograniastej z liczby danej.

5. **C**O jest wyciąganie ściany czworograniastej?

Wyciąganie ściany czworograniastej, jest to, iakośmy niedawno powiedzieli, wynalezienie liczby takiej, która w się wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę zadaną kwadratową, jeżeli jest pełna kwadratowa, a jeżeli nie jest pełna kwadratowa, rodzi największy kwadrat, który się w niey zamyka. N. p. liczby 36, jest ściana 6, gdyż $6 \times 6 = 36$.

6. Jeżeli liczba dana niewynosi więcej nad sto, iak iey ścianę łatwo znaleźć można?

W ten czas danej liczby ścianę czworogranną łatwo znaleźć można w następującej tabliczce:

Ściany	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czwor-granie	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaszcza gdy liczba jest pełna kwadratowa; n. p. Chcąc doysć iaka jest ściana kwadratowa 16, szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tam zadana liczba 16 wyraża się, y znajduię ją w czwartym rzędzie, y 4 w tymże samym rzędzie w wyższej kolumnie położone. Te 4 są ścianą kwadratową 16;

bo

bo 4×4 czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie jest prawdziwy kwadrat, w ten czas brać się powinna ściana liczby naybliższej przychyłającej się do liczby zadanej, n: p. Chcąc wiedzieć iaka jest ściana czworogranna 50? Szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tam ta liczba 50 mieści się, ktorey iż nie znayduię, więc biorę liczbę naybliżey przychyłającą się do niey, to jest 49, y mam w wyższej kolumnie ścianę iey czworogranną 7. Bo $7 \times 7 = 49$. Liczba przeto 50 rzetelney ścianey swojej nie ma.

7. Jakie są reguły na wyciąganie ściany czworogranney z liczby daney iakieykolwiek, która więcej nad sto wynosi?

Te następujące: *Nayprzód* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynając, pokzielić punktami, tak żeby pierwszy punt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley, zawsze iedną figurę przekakując. Tym sposobem podzielisz daną liczbę na części, z ktorych każda będzie miała dwie figury, procz pierwszey części od lewey ręki, w ktorey często iedna tylko figura przypada. Jle zaś będzie części w liczbie tak podzieloney, czyli ile będzie punktow położonych, tyle mieć w sobie powinna figur ściana wynaleziona.

Powtore. To uczyniwszy, zaczynam samę robotę, biorąc pierwszą część od lewey strony liczby daney, y szukam iey na tabliczce czworograniow, którą ieśli znayduię, biorę przypadającą iey ścianę, jeżeli nie znayduię, to biorę ścianę czworgranu naybliżey od tey liczby przychyłającego się, y piszę ją na mieyscu

fu osobnym, za pierwszą część ściany generalney.

Potrzenie. Z wynalezioney ściany robię kwadrat, y odciągam go od pierwszej części liczby daney. Do reszty zaś jeśli się iaka zostala, składam drugą następującą część z liczby daney, dwie figur zawierającą. Potym ścianę wynalezioną podwoiwszy, piszę ją za dzielnika tey drugiey części.

Poczwarte. Uważam ile razy dzielnik z ściany podwoionej zrobiony, brać się może w tey drugiey części, nietykając atoli ostatniey iey figury punktem naznaczoney. Wieloraz wypadający piszę zaraz y za część drugą ściany generalney, y na końcu dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnazam całego dzielnika, niepomijając ostatniey tamże dopiero przydanej liczby, a produkt odciągam od całej drugiey części wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałej składam następującą trzecią część liczby daney, także we dwóch figurach zawartą, którą, nietykając ostatniey figury kropką naznaczoney, przez całą ścianę podwoioną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako y na końcu nowego dzielnika piszę; potym przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnóżywszy produkt odciągam od całej trzeciey części liczby daney, sposobem wyżej podanym. Na koniec złożywszy następującą czwartą część liczby daney, do pozostałej reszty, postępuję sobie tak, iak się o drugiey y trzeciey części powiedziało, aż dojdę do ostatniey części, z
kto-

ktorey ieżeli się po ostatecznym odciągnięciu nie nie została, znak jest, że liczba dana, prawdziwy jest czworokąt; ieżeli się zaś co zostało, znać że liczba spełna kwadratowa nie jest, ani może mieć rzetelnej ściany swojej, to jest znać, że nie może mieć takiej ściany, któraby się liczbą spełną całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, jest ścianą kwadratu, naybliżey do danej liczby przychylającego się.

8. Co jeszcze o wyciąganiu ściany czworokątnej wiedzieć potrzeba?

To osobliwiey: iż ieżeli ściana podwojona, w części odciętej od liczby danej, y do reszty przyłożonej, brać się nie może, tedy równie iak w dywizyi, do ściany dodać się cyfra, a następująca część z liczby danej składa się, ieżeli się znajduie *Ec.* Nad to ściana przez dywizyą wynaleziona pomniejsza się jednym, gdy produkt z moltiplicacyi ściany przez dzielnika y przydaną liczbę wypadający, będzie większy nad liczbę, od ktorey ma być odciągnięty, na co dobrze pamiętać potrzeba, dla uniknienia wszelkiej omyłki w operacyi. Pokażmy iuż w przykładach danych reguły praktykę:

Przykład 1. Ma kto kamieni ciosanych płaskich kwadratowych: 1849, chce niemi w kwadrat podłogę wyłożyć. Pytam wiele na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana	Sciana.
1849.	43.
16	

Dziel-

Dzielnik dru- 83 | 249.

giej części | 249

Ażebym z tey liczby ścianę wyciągnął, dzielę ją nayprzod przez punkta na dwie części, sposobem wyżej podanym. A ztąd wnieść można, iż w ścianie dwie figury zamykać się powinny. *Powtore.* Biorę pierwszą część liczby daney 18, ktorey że w tablicy czworograniow nie znajduię, biorę 16 naybliższe do 18, y przy nich położoną ścianę 4, piszę za pierwszą część ściany generalney. *Potrzenie.* Z tych 4 pierwszey części ściany, robię kwadrat $4 \times 4 = 16$, a produkt 16 odciągam od 18; Do reszty zaś 2, ktore się po odciągnienu pozostały, składam następującą drugą część liczby daney, to jest 49, y mam: 249. *Porzeczarte.* Ścianę wynalezioną 4 podwójwszy, $4 \times 2 = 8$, kładę ją za dzielnika tey drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści się w 24 (nietykając 9. punktem naznaczonych) a wieloraz 3 kładę y za drugą część ściany generalney, y oraz przydaię go na końcu Dzielnika 8. *Popiętę.* Rozmnożywszy przez 3 dopiero wynalezionę, całego dzielnika wraz z przydanemi do niego 3, produkt 249, odciągam od całej drugiey części liczby daney, także 249, y nic się nie zostaje; co znakiem jest, że dana liczba jest prawdziwie czworogranna. A ponieważ niema więcej części liczby daney, zakończyłem robotę.

Sciana więc ktorey szukałem, będzie w sobie zamykała kamieni 43. Bo 43 w siebie wprowadziwszy 43×43 , wypadnie liczba

1849, daney liczbie 1849 we wszystkim rowna. Gdyby zaś po moltiplicacyi więcey lub mniej wypadło od daney liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ściany błąd był popełniony, y na ten czas trzebaby robotę powtórzyć.

Przykład II. Liczy Hetman w swym woysku żołnierzy: 10404. Tych w potrzebie chce uszykować w kwadrat; pytam ile na każdy bok ma ich postawić, y wiele będzie wszystkich szeregów?

Liczba dana	Ściana
1,04,04	102
1	
20,2	0,404
	404

W tym przykładzie że z Dzielnika nie mogę brać w drugiej części liczby daney, która tu jest cyfra, dla tego za drugą część ściany piszę 0, a do tey drugiej części składam trzecią część liczby daney, y mam 404, które przez ścianę podwoioną podzieliwszy, wypadła cała ściana liczby daney: 102, y pokazuje, iż w każdym szeregu stanąć powinno żołnierzy 102, powtore, iż tyle wszystkich szeregów będzie. Z tey ściany kwadrat zrobiwszy, wypadnie liczba dana.

Przykład III. Pewney Chorągwi, iż się walecznie z nieprzyjacielem potkała, daie Generał w nadgrode odwagi y mężstwa złotych 17956 w obozie nieprzyjacielskim znalezione, pod tą kondycyą, aby tyle każdy wziął, ile ich było

było w Chorągwi owey. Pytam, ile każdemu żołnierzowi dostanie się, y wiele było żołnierzy w owey Chorągwi?

Liczba dana | Sciana

1,79,56 | 134

1

2,3 | -79
69.

26,4 | 1056
1056

Sciana wynaleziona pokazuje, iż w owey Chorągwi było żołnierzy 134, y każdy z nich wziął po zł: 134. Bo z tey liczby 134 kwadrat zrobiwszy, wypadnie dana liczba: 17956.

Przykład iv. Mam wyciągnąć ścianę czworokątną z daney następującey liczby:

Liczba dana | Sciana

6,24,37,65 | 2498 ~~3337~~

4

4,4 | 224
176

48,9 | -4837
4401

498,8 | -43665
39904

- 3761.

W tym przykładzie przy dywizyi drugiey czę-

części, 4 w 22, mogę brać pięć razy; lecz ponieważ produkt zmultiplikacyi całego dzielnika, przez ścianę 5 wypadający, większy jest nad drugą część liczby danej 224, od ktorej mam odejść, przeto wieloraz zmniejszam iednym, y za drugą figurę ściany kładę tylko 4, iakośmy wyżej przed pierwszym przykładem powiedzieli.

9. Co jeszcze w wyciąganiu ściany czworgrannej uważać, y wiedzieć potrzeba?

To co następuje: Jeżeli liczba dana nie jest pełna kwadratowa, tedy reszta od ostatniego odejścia pozostała, iaka jest w tym ostatnim przykładzie: 3761 idzie na liczbę łamaną; w ktorej resztę pozostałą kładę za Licznika, a za Mianownika ścianę wynalezioną podwoioną. Jeżeli zaś reszta pozostała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianie podwoionej, mającej bydź Mianownikiem, przydaię iedno. Tak w ostatnim przykładzie, ponieważ reszta 3761, większa jest nad ścianę znalezioną 2498, zaczynam podwoiwszy też ścianę: 2498 X 2, do produktu: 4996 przydaię 1, y mam frakcyę ścianie wynalezioney przyległą tę: $\frac{3761}{4997}$.

Racya tego ta jest: iż każdy kwadrat większy, mniejszego po którym zaraz następuje, przewyższa ścianą tegoż mniejszego kwadratu, przydawszy 1, tak dalece: iż dodawszy 1 do podwoionej ściany iakiegokolwiek kwadratu, a tę sumę do kwadratu naybliższego mniejszego, wypadnie kwadrat naybliższy większy. N. p. 16 od 9, to jest kwadrat większy od mniejszego naybliższego, różni się tą przewyżką: $3 + 3 + 1 = 7$, albo iak się

powiedziało; ścianą kwadratu mniejszego podwojonego, z przydatkiem jedności. Tę więc sumę 7 dodawszy do kwadratu mniejszego 9, wypadnie większy: 16; gdyż ściana kwadratu mniejszego jest 3. (n)

10. Jaki jest sposób na doświadczenie do-
brze wyciągnięney ściany kwadratowey?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowey nie innego nie jest, tylko rodzaj iakiś dywizyi, z tą tylko różnicą, że w dywizyi pospolitey jest liczba dana na Dzielnika, tu zaś Dzielnika szukać potrzeba, y to na każdą część liczby daney innego, którego z ściany wynalezioney dochodziemy; zaczym iak w dywizyi pospolitey, tak y tu na probę dosyć będzie, ścianę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, y do produktu przydać resztę od ostatniego odciągnięcia, z liczby daney pozostałą: produkt generalny wypadający, powinien być równy zupełnie liczbie daney. Tak w ostatnim przykładzie ścianę: 2498 w się wprowadziwszy, wypada: 6240004. Do tych przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6243765.

Ta

[n] Z frakcyi ściany znalezionej przyległej, wyciągaia niektórzy czworograną ścianę przez naybliższe przychyłanie się do rzetelney ściany, dodając kilka par cyfer do reszty po odciągnięciu pozostałej, co w Matematyce nicmały przynosi pożytek. Lecz ponieważ Arytmetyka nasza, zwłaszcza dla zaczynających pisać, wygodnie bez tego przybliżania ściany obejść się może, umyślnie to opuszczamy, mając za cel w pisaniu krotkość.

Wyciąganie ściany kwadratowey przez Tablice Neperowe, ma dobrze opisane X: Solski w Naucz 17, Zabawy 14 Geometrii swojej, na karcie 153, kto chce, niechay się tam uda.

Ta jest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowej, mówmy teraz o kubicznej.

§. 2.

O wyciąganiu ściany sześciogranney z liczby danej.

II. **C**O jest liczba sześciogranna czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy już powiedzieli, produkt liczby trzy razy w się wprowadzonej, iako n. p. Sześciogran 8, wypada z moltiplicacyi liczby $2 \times 2 \times 2 = 8$. Albo też: Jest to produkt z moltiplicacyi kwadratu przez swoją ścianę. Tak rozmnażając kwadrat 9 przez swoją ścianę 3, wypada sześciogran 27, który się inaczej nazywa stopniem trzecim.

12. Co to jest wyciąganie ściany sześciogranney z liczby danej?

Jest to wynalezienie takiej liczby, która przez siebie samą trzy razy rozmnożona, czyli, czyli rodzi liczbę zadaną, to jest sześciogran czyli kostkę wszereż, wzdłuż y wgłąb równoboczną, jeżeli dana liczba jest zupełnie sześciogranna, jeżeli zaś nie, rodzi największy sześciogran w owej liczbie zamknięty, n. p. Wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby danej 8, jest to wynaleść liczbę 2, która trzy razy w się wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcej nad tyśiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ją łatwo znaleźć w tablicy następującej, n. p. Chcąc doysć iaka jest ściana sześciogranna 27; szukam w trzeciej

kolumnie tęj liczby, y znayduię ją w trzecim

Ścia- ny	Czwor- granie	Sześci- granie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

rzędzie; więc 3 w tym-
że samym rzędzie w pier-
wszej kolumnie położo-
ne, są ścianą sześciogran-
ną 27. Bo $3 \times 3 = 9$,
też $9 \times 3 = 27$. Jeżeli
zaś dana liczba nie jest
rzetelny sześciogran, w
ten czas bierze się ścia-
na naybliższa liczbie za-
daney. Tak liczby 170,

jest ściana naybliższa 5 &c: iakośmy wyżej
o wyciąganiu ściany czworgraniastej powie-
dzieli.

14. Kiedy liczba zadana wynosi więcej nad
tyśiąc, iak się z niej wyciąga ściana sześci-
granna?

W ten czas trzeba zachować następujące re-
guły: *Nayprzód*. Potrzeba daną liczbę, za-
czynając od ręki prawey, tak podzielić, aby
w każdey części trzy figury znaydowały się,
procz pierwszej od ręki lewey, która czasem
dwie, a czasem iedną tylko figurę mieć mo-
że. Jle będzie takich części, tyle byź po-
winno figur w ścianie z całej liczby wycią-
gnionej. Procz tego trzeba, iak wyżej o
wyciąganiu ściany czworgrannej powiedzie-
liśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od pra-
wey reki, y znowu dwie we śródku opuści-
wszy, pod szóstą figurą, potym pod dziewiątą,
dwunastą, y tak daley; zawsze po dwie figury
we śródku po każdey kropce opuszczając.

Powtore. Pierwszej części liczby daney szu-
kam ściany sześciogranney na tablicy sześci-
gra-

granow, ktorey ieżeli nie znajdyię, biorę ściannę sześciogranu naybliżey do niey przychyłającego się, y piszę ją na osobnym mieyscu, za pierwszą część ściany generalney. Potym z tey ściany wynalezioney robię sześciogran, y odciągam go od pierwszej części liczby danej.

Potrzenie. Do reszty, ieśli się iaka po tym odciągnięciu została, składam następującą drugą część z liczby danej, lecz po znalezieniu Dzielnika jedną tylko z owej złożoney części liczbę, czyli figurę kropką naznaczoną brać będę, do szukania wieloraza. Dzielnika zaś drugiej części tak wynayduię: z ściany iuż wynalezioney robię kwadrat, y potraiam go, to iest multiplikuję go przez 3; Produkt ztąd wypadający będzie Dzielnikiem drugiej części; dopiero uważam, wiele razy ten Dzielnik w owej drugiej części zamyka się (nie tykając dwoch figur ostatnich teyże części po kropce leżących) a wieloraz piszę za drugą figurę ściany generalney.

Poczwarte. Przez wieloraz wynaleziony rozmnażam Dzielnika, a produkt piszę pod temi liczbami, w ktorych się tenże Dzielnik zamykał; potym potraiam pierwszą część ściany znalezioney, y rozmnażam ją przez kwadrat drugiej części teyże ściany; produkt ztąd wynikający piszę pod pierwszym produktem, iedną figurą ku prawey występując. Naostatek robię sześciogran z teyże drugiej części ściany wynalezioney, ktory piszę pod drugim produktem, iedną znowu figurą ku prawey występując. Dopiero te trzy produkta razem zbie-

ram,

ram, y odciągam od drugiej części, wziętey wraz z ostatniemi dwiema figurami za kropką stojącemi.

Popięte. Do reszty, ieśli się iaka została, składam dalszą część z liczby daney, y szukam nowego Dzielnika, tak iakom wyżej w trzecim punkcie powiedział, robiąc kwadrat z ściany wynalezioney, y potraiając go; produkt ztąd wypadający, będzie nowym Dzielnikiem. Uważam potym wiele razy zamyka się w części liczby daney, dwóch ostatnich figur nietykając. Wieloraz piszę za trzecią część ściany generalney. Dopiero robię tym sposobem, iakom w czwartym punkcie powiedział, produktu, ktore zebrane odciągam z trzeciej części liczby daney &c. Tym sposobem można łatwo wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney choćby naywiększey.

Wiedzieć zaś potrzeba, iż ieżeli wynaleziona ściana sześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwsza część ściany, do szukania czyli robienia produktow, powinna zamykać w sobie dwie figury, a druga część iedną trzecią figurę. Jeżeli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwsza część powinna zamykać trzy figury; a druga część czwartą figurę, y tak daley. Przykłady całą tę naukę lepiej y dokładniej objaśnią.

Przykład 1. Ma kto kamieni rowno ciosanych 1728, chce z nich sześciogranny postument do posągu kazać wystawić; pytam iak wiele na każdym boku wszerz, wgłąb y wzdłuż kamieni kłaść będzie potrzeba?

Liczba

1,728 | 12

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 \text{Dzielnik } 3 \mid \cdot 7,28 \\
 \hline
 6 \\
 12 \\
 \hline
 8 \\
 \hline
 728 \\
 \hline
 \end{array}$$

...

Abym z daney liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwszy na dwie części, widzę że jedności ściana jest 1, które piszę za pierwszą część ściany na boku; a że jedności sześciogran jest 1, odciągam więc zaraz 1 od 1, nic się nie zostaje. Powtore składam następującą część z liczby daney, y zrobiwszy Dzielnika 3, sposobem przepisany, widzę, iż się w 7 dwa razy zamyka, piszę ie więc za drugą część ściany generalney; potym trzy produkta według nauki wyżey podaney, uczyniwszy, y razem zebrane od drugiej części odciągawszy, zostaje się nic; co jest znakiem, iż dana liczba zupełnie jest sześciogranna. Ściana zaś wynaleziona 12 pokazuje, iż na każdy bok owego postumentu kłaść potrzeba kamieni 12. Bo 12 X 12 daią 144. Te 144 X 12 daią 1728, ile było kamieni danyh.

Przykład II. Chcę wyciągnąć ścianę kubiczną z następującey liczby:

Liczba

Liczba dana | Ściana sześciogran.

66,926,037 | 406 \times $\overset{2621}{435726}$

64

$$\begin{array}{r|l} 48 & 29,26, \\ 4800 & 29260,37 \dots a. \end{array}$$

28800 . . c.

4320 . d.

216 . e.

2923416 . f.

... 2621 . g.

W tym przykładzie postępując sobie, podług reguł wyżej podanych, ponieważ w drugiej części liczby danej, Dzielnik 48 w 29 brać się nie może, zacznym za wieloraz piśnę cyfrę, a do drugiej części, składam trzecią część z liczby danej, y zrobiwszy nowego Dzielnika 4800, widzę, iż w 29.260 zamyka się 6 razy. Te więc 6 piśnę za trzecią figurę ściany, a potem robię produkta do odciągnięcia ich z liczby podzielnej; to jest wieloraz 6 rozmnażam przez Dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, który piśnę przy c; potym potroiwszy pierwszą część ściany wynalezioney, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiej części ściany 6, y mam cały produkt, który piśnę przy d; naostatek robię sześciogran z teyże drugiej części ściany 6, a produkt piśnę przy e. Te produkta razem zebrawszy, piśnę ie przy f, y ten dopiero generalny produkt odciągamy z liczby podzielnej a, zostało się 2621 przy g. Co pokazuje, iż liczba

czba dana nie jest zupełnie sześciogranna czyli pełna. Sciana tedy sześciogranna 406 nie jest ścianą rzetelną liczby danej, lecz tylko ścianą największego sześciogranu w owej liczbie zamykającego się. Dowód dobrze wyciągnięney ściany pełney niżey będzie ukazany.

Przykład III. Mam wyciągnąć ścianę pełną z następującej liczby :

$$\begin{array}{r|l} \text{Liczba dana} & \text{Sciana.} \\ 12,454,901,432 & 2318. \\ 8 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik 12} & 4454. \\ \text{2giey części} & \\ \hline & 36.. \\ & .54. \\ & 27 \\ \hline & 4167 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik 1587} & .287901, \\ \text{3ciey części} & \\ \hline & 1587.. \\ & .69. \\ & I \\ \hline & 159391 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik 160083} & 128510432. \\ \text{4tey części} & \\ \hline & 1280664.. \\ & 44352. \\ & 512 \\ \hline & 128510432. \end{array}$$

..... Scia-

Ściana więc wynaleziona daney liczby jest: 2318. Ta trzy razy w się wprowadzona uczyni daną liczbę.

15. Jak inſi wyciągaia ścianę pełną z liczby daney?

Inſi wyciągnawſzy ścianę z pierwſzey części liczby daney, tak iak się powiedziało, iedną tylko figurę z drugiey części liczby daney ſkładaia, y uczyniawſzy ſobie Dzielnika ſposobem podanym, ſzukaia wieloraza, który znalazłſzy, piſzą za drugą figurę ściany. *Potwore.* Z teyże znalezioney ściany robią ſześciogran, y odciağaia go od obydwóch części liczby daney, a reſztę zoſtaia pod liniiką wypisuią. *Potrzebie.* Do tey reſzty przydawſzy iedną z trzeciey części liczby daney figurę, y znalazłſzy nowego Dzielnika tymże ſamym co wyżej ſposobem, y wieloraz za trzecią figurę ściany napisaſzy, z całej ściany ſześciogran uczyniawſzy, odciağaia ten produkt od wſzyſtkich części z liczby daney iuż branych. Y tak dalej ſobie poſtępuia, kiedy tego potrzeba. Nierozciągam się nad objaſnieniem tego ſposobu, bo mi się pierwſzy dokładnieyſzy zdaie.

16. Jeżeli się co zoſtaie po wyciągnięciu ściany ſześciogranney z liczby daney, czego to ieſt znakiem?

Znakiem to ieſt, iż takowa liczba ſpełna ſześciogranną nie ieſt, y ściana wynaleziona, nie ieſt ścianą rzetelną liczby daney, ale tylko ścianą naywiększego ſześciogranu w owey liczbie zawieraiącego się. Ponieważ tedy cała ściana liczby daney całkowitą liczbą wyrazić się nie może, przeto reſzta pozoſtała wyrażać

razać się ma frakcyą, ktorey Licznikiem będzie taż sama liczba pozostała, a Mianownikiem przewyżka zmniejszona iednym, która zachodzi między sześciogranem ściany wynalezioney, y sześciogranem większym naybliższym. Jako w drugim przykładzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciograną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie Licznikiem przyległej frakcyi, Mianownikiem zaś $19 - 1 = 18$. Cała więc wynaleziona ściana będzie: $2 \frac{12}{18}$.

Racya tego ta iest: iż sześciogran większy, n. p. 27 przewyższa sześciogran naybliżey od siebie mnieyszy 8, ścianą 2 sześciogranu mnieyszego potroioną, y moltiplikowaną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1, to iest: $27 - 8 = 6 \times 3 + 1 = 19$. Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie naybliższy mnieyszy, trzy razy wziętym kwadratem z ściany mnieyszego kwadratu, przydając potroioną też samę ścianę, y do niey 1. Y dla tey przyczyny w żadnym wyciągnienu ściany sześciogranney, reszta, ieśli iaka zbywa, nie może być większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezionej ściany, oraz z przydaniem produktu potroionej teyże ściany, inaczey liczba dana miałaby ścianę iedną iednością większą, nad tę, która iest wynaleziona.

17. Jaka iest proba na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany sześciogranney?

Ta następuiąca: moltiplikuje się trzy razy przez siebie samę znalezione ściana, a do produktu dodaie się reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, summa rowna liczbie danej

ney wypaść powinna; inaczej znakby był po-
pełnioney iakiey omyłki. Tak w przykładzie
drugim, ścianę znalezioną przez siebie trzy
razy rozmnożywszy, y dodawszy resztę po-
zostałą 2621, wypada dana liczba: 66926037.
Oto wizerunek roboty:

$$\begin{array}{r}
 406 \\
 406 \\
 \hline
 2436 \\
 000. \\
 1624.. \\
 \hline
 164836 \quad \text{Kwadrat.} \\
 406 \\
 \hline
 989016 \\
 \dots\dots \\
 659344\dots \\
 \hline
 66923416 \quad \text{Sześciogran.} \\
 2621 \quad \text{Reszta.} \\
 \hline
 \end{array}$$

66926037. Liczba dana.

18. Jak się wyciąga ściana tak kwadratowa,
iako y pełna z frakcyi danych?

Wyciąga się ściana tak z Licznika iako y
Mianownika, sposobem wyżey podanym o
kwadratach y sześciogranach, wypadnie fra-
kcyja za ścianę daney frakcyi, zwłaszcza kie-
dy y Licznik y Mianownik ma ścianę rzetel-
ną. Tak $\frac{4}{5}$ są ścianą czworograną frakcyi $\frac{1}{2}$,
a $\frac{3}{5}$ są ścianą sześciograną frakcyi $\frac{2}{3}$. (o)

§. 3.

[o] Jako wyciąganie ściany kwadratowey, tak y
sześciogranney przez naybliższe do prawdziwcy ściany
przychylenie się z liczby niespełna sześciogranney opu-
szczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne y wyższych sto-

§. 3.

O wynaydowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcjonalnych.

MOwiliśmy już wyżej, iż dwoiaka jest proporcya: ciągła czyli nieprzerwana, y prosta czyli porządna, y tamże podaliśmy sposob na szukanie czwartey liczby proporcjonalney porządney. Tu ukażemy sposób na szukanie liczb średnich proporcjonalnych.

19. Jak się danym dwom liczbom trzecia nieprzerwanie proporcjonalna wynayduie?

Z drugiey liczby robi się kwadrat, to jest w siebie samę wprowadza się, a produkt z tey moltiplikacyi wypadający, dzieli się przez liczbę pierwszą, wieloraz ukaże trzecią liczbę dwom danym liczbom nieprzerwanie proporcjonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do których trzeciey liczby nieprzerwanie proporcjonalney szukać mam. Według daney nauki 6 X 6, a produkt 36 podzieliwszy przez 2, wypada 18 trzeci termin proporcjonalny. \therefore 2. 6. 18. Bo iako 2 w 6, tak 6 w 18 trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego zamyka się w Lem: *ruśszym* Roz: 3go.

Wiedzieć potrzeba, iż kiedy dane będą dwie liczby między sobą pierwsze, to jest: kiedy iedna

pnioł ściany, do Algebry szczególniejszym prawem należą, przez ktorey reguły daleko łatwiej znaydowane bywają. Można w tey materyi czytać Arytm: X. Skaradkiewicza, y Naukę X. Solskiego zostą, Zab: 14, który także opisuie sposób wyciągania ściany sześciogran. przez Tabliczki Nepera, w Nauce 18. Zab: 14. Geometrii swoiey.

dną w drugiej spełna kilkakroć brać się nie może, w ten czas trzecia liczba nieprzerwanie proporcjonalna, nie w całkowitej liczbie, ale z przyłączoną frakcją, wypadnie. Tak dawszy dwie liczby: 2. 7, wypadnie trzecia proporcjonalna: $24 \frac{1}{2}$, to jest: $\div 2. 7. 24 \frac{1}{2}$.

20. Jak się wynayduie między dwiema danemi liczbami średnia nieprzerwanie proporcjonalna?

Mużyplikuią się te dwie dane liczby między sobą, a z produktu wyciąga się ściana kwadratowa; ta ściana będzie średnim terminem, między danemi dwoma liczbami nieprzerwanie proporcjonalnym.

Niech dane będą dwie liczby: 3. 27. między ktoremi szukam liczby średniej nieprzerwanie proporcjonalnej: więc $3 \times 27 = 81$. Z tych 81 wyciągnąwszy ścianę czworogranną, wypadnie ściana 9, czyli średni termin proporcjonalny między danemi liczbami: 3 y 27, to jest: $\div 3. 9. 27$. Bo iako 3 w 9, tak też 9 w 27, trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego masz w tymże *Lem: pierwszym Rozdz: 3go.*

Sredni zaś termin Arytmetyczny tak się znayduie: dane liczby dodaia się, summy połowa da termin Arytmetyczny proporcjonalny, n. p. 2. 8. Te liczby dodawszy $2 \frac{1}{2} = 10$, połowa summy 5, daie średni termin Arytmetyczny proporcjonalny, tak: 2. 5:: 8.

21. Na co tu ieszcze mieć uwagę potrzeba?

Na to, iż jeżeli produkt danych dwóch liczb nie jest rzetelny kwadrat, ani ściany kwadratowej prawdziwej wyciągnąć z niego nie można bez iakiey reszty, w ten czas między takimi

kiemi liczbami średniey liczby nieprzerwanie proporcjonalney znaleźć żadną miarą nie można dla zachodzącey frakcyi.

Przeciwnie zaś ściana kwadratowa jest średnią liczbą proporcjonalną między iednym y swoim własnym kwadratem, dla tego iż każdy kwadrat można brać niby moltiplikowany przez 1. Tak 4 ściana kwadratu 16, jest średnią liczbą nieprzerwanie proporcjonalną, między 1 y 16. Bo $\frac{1}{4}$ 1. 4. 16; tak się ma 1 do 4, iak też 4 do 16.

22. Jak między dwoma liczbami, dwie średnie liczby nieprzerwanie proporcjonalne wynayduią się?

Wynayduią się następującym sposobem: kwadrat z pierwszey daney liczby zrobiony, rozmnaża się przez liczbę drugą, z produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże pierwszą średnią liczbę proporcjonalną. Podobnież kwadrat drugiey liczby rozmnaża się przez pierwszą liczbę daną, z tego produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże drugą średnią liczbę nieprzerwanie proporcjonalną.

Tak n. p. Chcąc znaleźć między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy średnie nieprzerwanie proporcjonalne; *Nayprzod.* Czworgran 4, zrobiony ze 2, rozmnażam przez 16, toż z produktu 64 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 4, ta będzie pierwszą średnią liczbą proporcjonalną. *Powtore.* Kwadrat 256 zrobiony z 16 drugiey liczby daney, rozmnażam przez 2, a z produktu 512 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 8, ta będzie drugą średnią liczbą proporcjonalną, między 2 y 16.

Zaczym 2. 4. 8. 16. mają między sobą proporcją ciągłą czyli nieprzerwaną; gdyż iak się mają 2 do 4, tak się mają też 4 do 8, a iak się mają 4 do 8, tak się mają też 8 do 16.

Tu także wiedzieć potrzeba, iż jeżeli z produktu kwadratu iedney liczby rozmnożonego przez liczbę drugą, ściany sześciogranney bez frakcyi wyciągnąć nie można, to między takowemi liczbami, średnich liczb nieprzerwanie proporcjonalnych żadną miarą znaleźć nie można. Pożytek tych tu pytań ukaże się w następującym Rozdziale, w którym mowić będziemy o Progrefiyach.

S. 4.

Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się przez pomienione reguły rozwiązuia.

I. **P**Rzez wyciągnięcie ściany kwadratowej. *Zadanie I.* Z lip 625 chcę ogrod kwadratowy zasadzić; pytam ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana wyciągnięta pokazuje, iż na każdy rząd po 25 wypadnie.

Zadanie II. Chce kto dziki sad w kwadrat drzewkami wysadzić, w którymby 56 rzędów było; pyta ile mu drzewek na to potrzeba?

Z danej liczby robię kwadrat, produkt 3136 wskazuje mi, iż tyle drzewek potrzeba, aby w owym sadzie było rzędów 56, a w każdym rzędzie po 56 drzewek.

Zadanie III. Chce kto ogrod 24 szeregami drzewek wysadzić, ma na to tylko 568 drzewek, które na 23 tylko szeregow wysadzenie wystarczają, y nad to zostało się drzewek 39.

Pytam

Pytam wieleby drzewek jeszcze potrzeba, aby 24 szeregów być mogło?

Ścianę 23 podwajam, a do produktu 46 przydaię 1, mam 47, od tych 47 odciagam pozostałych drzewek 39, zostało się 8, które pokazują, iż tyle drzewek jeszcze potrzeba do owych 568, aby w ogrodzie owym było szeregów 24.

Albo też ze ściany 24 robię kwadrat, wychodzi 576, od tego odciagam 568 drzewek, przypada 8 drzewek dokupić.

Zadanie IV. Nauczyciel pewny rozdaie 324 iabłek między Uczniów swoich, pod tą kondycją: aby każdemu po tyle się dostało, ile wszystkich było? Pytam wiele miał Uczniów, y wiele każdy z nich wziął iabłek?

Z tej liczby ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypada 18. Tyle więc miał Uczniów, y po tyle każdy wziął iabłek.

Zadanie V. Matka daie swym dzieciom 162 orzechów, pod tą kondycją, aby każde tyle dwoie wzięło, ile ich jest; pytam ile było wszystkich dzieci, y ile każde orzechów wzięło?

Ponieważ każde ma brać po tyle dwoie, ile ich było, przeto liczbę daną potrzeba podzielić przez 2, a dopiero z wieloraza 81 wyciągnąć ścianę, wyniknie 9, tyle więc było dzieci, a każde wzięło po 18 orzechów.

Na próbę robię z ściany 9 kwadrat, będzie 81, ten kwadrat rozmnażam przez 2, bo każde dwa razy tyle wzięło, co ich było, wyidzie dana liczba 162.

Zadanie VI. Po zgorzeniu pewnego Kłasztoru, wysłani są Zakonnicy na zbieranie jałmużny. Po niejakim czasie powróciwszy, po-

strzegają, iż każdy tyle uzbierał, ile ich wy-
stanych było. Cała zaś sumka od nich przy-
niesiona, czyni zlot: 144. Pytam wiele było
na kweście, y wiele każdy przynioś?

Wypada ściana wyciągniona 12. To jest ty-
le ich było na kweście, y każdy po 12 zlot:
przynioś.

Zadanie VII. Umierając Oyciec zostawił
Synom swoim zł: 1080, z tą kondycją, aby
każdy 30 razy tyle wziął, ile ich było. Py-
tam wielu miał Synow, y wiele każdemu do-
stało się?

Daną liczbę przez 30 podzieliwszy, a z wie-
lorazu 36, ścianę kwadratową wyciągnawszy,
wypadnie 6 Synow; każdy więc weźmie po
zlot: 180.

Zadanie VIII. Ma pewne Miasto kwadrato-
wych kamieni: 76176, każe z nich wystawić
Ratusz w kwadratową figurę. Pytam ile Rze-
mieślnik na każdy bok kamieni brać powinien?

Po wyciągnięciu ściany, wypada 276, tyle
na każdy bok kamieni kłaść potrzeba.

Zadanie IX. Jest baszta wysoka na łokci 24,
obwiedziona fossą szeroką na łokci 10, chcąc
wystawić drabinę, ktoraby do wierżchołka ba-
szty owej z dalszego brzegu dosięgła; pytam
na wiele łokci długa być powinna?

Nayprzód z wysokości baszty łokci 24 ro-
bie kwadrat = 576, a drugi z szerokości fos-
fy łokci 10 = 100. Powtore te dwa kwadra-
ty razem znośzę, a z summy 676 wyciągam
ścianę kwadratową, która ukaże, iż drabina
bydź długa powinna na łokci 26.

Zadanie X. Hetman liczy piechoty 7569,
lecz z nich tylko 2240 są uzbroieni w pance-
rze,

rze, reszta 5329 bez pancerzy. Chce więc uzbroionemi w pancerze załlonić bez pancer-nych, a to w figurę kwadratową. Pytam wie-
lu ma postawić uzbroionych w pancerze w ka-
żdym rzędzie po końcach?

Nayprzod biorę bez zbroynych liczbę 5329, wyciągam z niey kwadrat, wypada ściana 73. Powtore wyciągam ścianę z całej liczby pie-
choty, to jest z 7569, wychodzi ściana 87; toż odciągam jedną ścianę od drugiej, wypa-
dnie różnica 14, tej połowa jest 7. Zaczynam bez pancernych stawiać potrzeba w każdym
rzędzie, iak ściana wyciągniona pokazuje po
73; w każdym zaś rzędzie przed niemi po bo-
kach stawiać potrzeba po 7 uzbroionych w
pancerze, tak po lewey, iako y po prawey
stronie, to jest połowę różnicy ścian wycią-
gnionych. Na próbę do 73, przydaie 14 zbroy-
nych w każdym rzędzie postawionych, będzie
87, z tego kwadrat uczyniony da liczbę daną.

II. Przez wyciągnięcie ściany sześciogran-
ney:

Zadanie I. Ma kto kości sześciobocznych
5832. Chce ie ułożyć w figurę sześciogran-
ną. Pytam wiele na każdym boku, to jest wszcz,
wzdłuż y wgłąb kłaść owych kości powinien?

Wyciągnąwszy z daney liczby ścianę sze-
ściogran-
ną, wypada 18. Tyle tedy na każdym
boku kości kłaść potrzeba.

Zadanie II. Pewny myśli kazać wystawić
statuę; pyta wiele potrzeba mu sprowadzić ro-
wno ciosanych kamieni, aby postument do tej
statuy był w kostkę na każdy bok 16 kamieni
zabierający?

Z daney liczby 16 robię sześciogran, y od-

powiadam, iż mu potrzeba sprowadzić kamieni ciosanych 4096.

Zadanie III. Z dyamentu kuli żelazney, kamienney, lub ołowianej, ważącey funt ieden, doysć iaki powinien bydź dyameter kuli dwóch funtowej, trzech funtowej &c: z tegoż samego materyału?

Daymy, że dyameter kuli funtowej dzieli się na części 10. Robię z tych 10 sześciogran 1000, a rozmnożywszy go przez 2, z produktu 2000 wyciągam ścianę sześciograną, która mi ukaże, ile takowych części, dyameter kuli dwóch funtowej, zamykać w sobie powinien; to jest 12. Toż samo czynię szukając dyamentu kuli 3 funtowej, 4 funt: 5 funt: &c: to jest moltiplikuję sześciogran 1000 przez 3, 4, 5, a z produktow wyciągam ściany sześciograne, te pokażą dyameter na kulę 3, 4, lub 5 funtową.

Zadanie IV. Rura armatna szeroka na dwa cale, wyrzuca kulę funtową. Gdyby dziura owej armaty była na 4 cale; pytam iak wielką kulę wyrzucićby mogła?

Z calow danych robię sześciograny, y tak sobie postępuję: ieżeli 8 daie 1, 64 wiele dadzą? Wypadnie 8 funtow; tyle więc ważącą kulę wyrzucić może rura na 4 cale szeroka.

Zadanie V. Gdy straszna zaraza pustoszyła Ateny, Obywatele tameczni udali się do Apollina, pytając, iakimby sposobem to zło od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo: iż w ten czas powietrze ustatnie, gdy Ateńczykowie Ołtarz iego, który był sześciogranny we dwoie powiększą. Ztąd sławna urosła kwestya o podwojeniu sześciogranu.

Daymy, że ściana owego sześciogrannego Ołta-

Ołtarza miała w sobie stop Geometrycznych 15. Z tey ściany robię kwadrat 225, y rozmnażam go przez 30 ścianę podwoioną. Z produktu 6750 wyięta ściana sześciogranna pokaże, że owego Ołtarza podwoionego bok ieden powinien był mieć stop Geometrycznych $18 \frac{1}{2}$.

Ale już podźmy do progresyi.

R O Z D Z I A Ł V.

O skokach liczb czyli progressyach, y o ich regułach.

S. I.

O progressyi Arytmetyczney y Geometryczney w pospolitości.

1. **C**O to jest skok liczb czyli progressya? Progressya albo skok w liczbach, jest to nieprzerwany szereg liczb wielu, w iedney-że do siebie będących proporcji, y tenże sam względ mających, n. p: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c: iako niżej.

2. Zkąd się rodzą skoki liczb czyli progressye?

Rodzą się z proporcji ciągłej, w ktorey drugi termin dwa razy się bierze, raz iako następuiący, drugi raz iako poprzedzaiący, o czym było wyżej, y zowie się średni proporcjonalny. Jeżeli tedy proporcye ciągłe, czyli to Arytmetyczne, n. p: 3. 5. 7. czyli Geometryczne, n. p: 2. 4. 8. więcej iak trzy terminy w sobie zamykają, zowią się progressyami, albo skokami liczb.

3. Wie-

3. Wieloraka tedy jest progressya czyli porocya liczb?

Progressya albo skok liczb jest dwoiaki: Arytmetyczny albo wolny, y Geometryczny albo prędky.

4. Co jest skok Arytmetyczny albo wolny?

Jest to szereg liczb wielu równo się przewyższających iednąż różnicą albo przewyżką: to jest, kiedy większość lub mnieyszość, ktoręmi się terminy ciągnących się liczb wiążą między sobą, będą też same y iednostayne: n. p.

Rząd	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
drugi.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.
trzeci.	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.
czwarty.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
piąty.	35.	30.	25.	20.	15.	10.	5.

W pierwszym rzędzie każdy termin następujący iednym jest większy nad poprzedzający. W drugim rzędzie każdy następujący dwoma jest większy od poprzedzającego, y tam daley.

5. Jak tey różnicy czyli przewyżki dochodzić trzeba?

Termin pierwszy odciągamy od drugiego, albo ktorykolwiek od tuż następującego, reszta będzie różnicą czyli przewyżką, iak w położonych przykładach widzieć można.

6. Zkąd y iak rośnie skok Arytmetyczny albo wolny?

Rośnie przydając różnicę terminow tey liczbie, po ktorej chcę rozciągnąć progressya. N. p. Chcąc te terminy: 3. 5. 7. daley rozciągnąć, dodając do 7 różnicę 2, mam 9; do 9 przydając różnicę 2, mam 11, y tak daley.

7. Co

7. Co jest skok Geometryczny albo prędkie?

Jest to szereg liczb wielu w teyże samey y iednostayney proporcyi rosnących, to jest: w podwoyney, potroyney, poczworney, y tam daley, to jest: kiedy terminy owe mają między sobą wyraźnie proporcją ciągłą, względem ten między terminami zachodzący. zowie się skokiem prędkim czyli Geometrycznym. Oto przykłady:

Podwoyna. 1. 2. 4. 8. 16. 32.

Potroyna. 1. 3. 9. 27. 81. 243.

Poczworna. 1. 4. 16. 64. 256. 1024.

Pięciorna. 1. 5. 25. 125. 625. 3125.

8. Co to jest progressya podwoyna, co potroyna, poczworna &c?

Podwoyna jest, w ktorey Mianownik czyli Wieloraz, albo wskazownik jest 2. Potroyna w ktorey 3. Poczworna w ktorey 4; y tam daley.

9. Co to jest ten Mianownik, iak się dochodzi czyli poznać?

Mianownik w progressyi Geometryczney jest to, ta liczba, po ktorey poznaemy względem proporcji między liczbami zachodzący.

Dochodzi się zaś tak: liczbę następującą dzielę przez poprzedzającą; Wieloraz będzie Mianownikiem. Tak w pierwszym rzędzie, dzieląc 2 przez 1, albo 4 przez 2, albo 8 przez 4, zawsze wychodzi Mianownik 2. Także w drugim rzędzie dzieląc 3 przez 1, albo 9 przez 3, wypada Mianownik 3, y tak daley.

10. Jak rosną terminy progressyi Geometryczney?

Rosną tak: termin ostatni, po którym mam

rozciągnąć progresyją, multiplikując przez Mianownika, produkt będzie terminem następującym, n. p. Chcąc rozszerzyć skok podwoyny 6 terminów mający, termin ostatni 32 multiplikując przez 2, wychodzi produkt za termin następujący siódmy 64, y tak daley. (p)

11. Na co się zdadzą te obydwie progresyie czyli skoki liczbowe?

Na to, ażebyśmy wszystkich terminow, ilekolwiek ich być może, szereg krotko y łatwo bez uprzykrzonego zwłaszcza w przydłuższych rachubach dodawania, w jedną sumę znieść mogli.

Już nieco obszerniey o własnościach y pożytku obydwu tych progresyji w szczególności pomowmy.

§. 2.

O skoku wolnym czyli Arytmetycznym.

12. **K**Tore są *Lemmata*, na których się wszystkie reguły progresyji Arytmetyczney zasadzaia?

Te trzy następujące:

Lemma I. W progresyji Arytmetyczney z wielukolwiek terminow składaiącey się, suma terminow krajnych, to jest zebranie w jedną kwotę pierwszego y ostatniego terminu, rowna

[p] Wiedzieć potrzeba, iż terminy proporcji Geometryczney pięciorako odmieniać można bez naruszenia proporcji liczb, to jest: wspak ie obracaiąc, przemieniaiąc, składaiąc, rozmnazaiąc y dzieląc. Niech będą te terminy proporcjonalne: 1. 2. 4. 8. Wspak ie obracaiąc stać będą tak: 2. 1. 8. 4; przemieniaiąc tak: 1. 4. 2. 8. Składaiąc, czyli dodaiąc tak: $1 + 1$. 2. $4 + 4$. 8. Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcjonalne przez jednąż liczbę.

wna się summie dwóch terminow, od tychże kraiu równie odległych. Tak w sześciu następujących terminach skoku wolnego:

$$2. \quad 4. \quad 6. \quad 8. \quad 10. \quad 12.$$

$$2 + 12 = 4 + 10 = 14.$$

$$2 + 12 = 6 + 8 = 14.$$

Lemma II. W progresyji Arytmetyczney, ktorey terminy nie są do pary, summa krajnych terminow, albo dwóch ktorvchkolwiek, równie od kraiu odległych, dwa razy większa jest nad średni termin. Tak w następującej progresyji:

$$2. \quad 4. \quad 6. \quad 8. \quad 10. \quad 12. \quad 14.$$

Summy $2 + 14$; $4 + 12$; $6 + 10$, zawsze dwakroć są większe od 8 liczby we środku danej progresyji zostającey.

Lemma III. W każdej progresyji Arytmetyczney, termin którykolwiek wzięty, zamyka w sobie termin pierwszy, to jest: termin najmniejszy y przewyżkę, która między temiż terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminow od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującym skoku:

$$3. \quad 6. \quad 9. \quad 12. \quad 15. \quad 18.$$

Termin trzeci tego skoku 9, zamyka w sobie pierwszy termin 3 y przewyżkę 3, która tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą tak: $9 = 3 + 3 + 3 = 9$. Podobnie 12 termin czwarty, zamyka w sobie pierwszy 3 y przewyżkę 3, trzy razy wziętą; gdyż $12 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$. *etc.*

13. Jaki wniosek y pożytek z tego trzeciego Lemmatu wypływa?

Ten niezawodny: iż jeżeli przez przewyżkę, między terminami skoku Arytmetycznego zacho-

zachodzącą, rozmnóżę liczbę terminow wszystkich pierwszego, a do produktu dodam termin pierwszy naymniejszy, to mi w owej progressyi wypadnie termin naywiększy. Tak w ostatnim przykładzie przez przewyżkę 3, rozmnóżywszy liczbę terminow, których tu jest procz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy naymniejszy termin 3, będę miał 18, termin naywiększy w danej progressyi; gdyż $3 \times 5 = 15$, a $3 = 18$. O czym jeszcze będzie niżej.

14. Wiele rzeczy w każdej progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba? .

Te pięć następujące: I. Termin naymniejszy. II. Termin naywiększy. III. Liczbę terminow. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminow danej progressyi. Tyle więc wypływa reguł na wzmiankowanych liczb czyli terminow wynalezienie:

Z A D A N I E I.

15. Gdy będą dane naymniejszy y naywiększy, to jest: pierwszy y ostatni w progressyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, iak się znajduie wszystkich tych terminow summa generalna?

Reguła. Do terminu naywiększego przydaie się naymniejszy, a sumę zmultiplikowawszy przez połowę wszystkich terminow, produkt ztąd wypadający ukaże sumę generalną całej owej progressyi.

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin Zegaru Rzymskiego, począwszy od pierwszey godziny do dwonastej, w pro-

w progresyji liczb Arytmetyczney porządkiem naturalnym idących: 1. 2. 3. 4. *etc?*

W tey progresyji najmniejszy termin jest 1, największy 12, wszystkich oraz progresyji terminow jest 12. Zaczynam podług daney reguły, najmniejszy termin 1, przydawszy do największego 12, będzie 13; którą sumę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminow, to jest przez 6, tak: 13×6 , mam produkt 78, który mi ukaże wszystkie uderzenia godzin zegaru, od pierwszej aż do dwonastej. Ten produkt 78 podwoiwszy, będą miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Reguła ta zasadza się na *Lem: I.* w którym pokazaliśmy, że summa terminow kraynych równa jest którymkolwiek dwom terminom od tychże krayn równie odległych, a zatem produkt z pierwszego y ostatniego terminu, przez połowę terminow rozmnożonego, koniecznie równy być musi summie wszystkich terminow w wolney progresyji będących. Multiplikacya bowiem jest to Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd wypływa, iż sumę całej progresyji wolney można jeszcze mieć: *Nayprzod:* połowę summy z pierwszego y ostatniego terminu zebranej, przez liczbę wszystkich terminow multiplikując. *Powtore:* Sumę pierwszego y ostatniego terminu przez całą liczbę terminow rozmnożywszy, produkt ten przez 2 dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progresyji Arytmetyczney trafiają się nieparzyste, w ten czas podług *Lem: II.* przez termin średni rozmnożywszy

żywszy liczbę terminow nieparzystych, produkt da sumę wszystkich terminow progresyi wolney. W tym bowiem *Lem: II.* pokazaliśmy, iż termin średni rowny jest połowie summy z pierwszego y ostatniego terminu zebraney.

ZADANIE II.

16. Gdy będą dane terminy najmniejszy y największy, y liczba terminow, iak się znajduje przewyżka między terminami owej progresyi zachodząca?

Reguła. Od największego terminu odciąga się najmniejszy, a reszta dzieli się przez liczbę terminow iednym zmniejszoną. Wieloraz ukaże przewyżkę między terminami skutku zachodzącą.

Przykład. Jest woysko w tryangul uszykowane, ktorego pierwszy, to jest najmniejszy rząd 2 żołnierzy zabiera; ostatni rząd czyli największy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędow; pytam iaka między temi rządami zachodzi przewyżka? to jest wielu żołnierzami ieden rząd drugi przechodzi, czyli przewyższa?

Od największego tedy terminu 120, odciągam najmniejszy 2, a resztę 118 podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, to jest przez 59; Wieloraz 2 pokazuje zachodzącą przewyżkę. to jest, iż każdy następujący termin od poprzedzającego 2 jest większy.

Reguła ta gruntuie się na *Lem: III.* Bo 120 zamyka w sobie najmniejszy termin 2, y nad to

to przewyżkę 2, tyle razy wziętą, ile jest terminów w progresyji, poczynawszy od 2 aż do 120, to jest: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co uczyni 118; przydając pierwszy termin 2, będzie 120. A zatem odciawszy termin najmniejszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile jest terminów progresyji zmniejszonych 2; więc resztę ową podzieliwszy przez liczbę terminów jednym zmniejszoną, wypaść powinna przewyżka między terminami zachodząca.

ZADANIE III.

17. Gdy będą dane terminy najmniejszy y największy, y przewyżka, iak się znajduie liczba wszystkich terminów?

Od największego terminu odciagam najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez przewyżkę, Wieloraz jednym powiększony, ukaże wszystkich terminów liczbę.

Przykład. Jubiler pewny przedaie kilka pereł, pierwszą n. p. za 4 talery bite, drugą za 10, y tak daley postępując przez przewyżkę 6 aż do ostatniej, którą przedał za 478 talarów bitych. Pytam wiele miał wszystkich pereł?

Odciagam termin najmniejszy 4 od największego 478, a resztę 474 podzieliwszy przez przewyżkę 6, wypada 79, do tego przydawszy 1, mam 80, liczbę terminów, czyli pereł sprzedanych.

Reguła ta gruntuie się na Lem: III.

Z A.

ZADANIE IV.

18. Gdy będą dane termin najmniejszy, przewyżka y liczba terminow, iak się znayduie termin naywiększy?

Dana liczba terminow iednym zmniejszana przez przewyżkę rozmnaża się, do tego produktu dodawşy termin najmniejszy, summa ztąd wynikająca będzie naywiększym terminem.

Przykład. Ośmiu ubiegającym się do mety wyznaczono nadgrody, tak, aby ten, który ostatni do mety dobiegł, wziął 4 złote, przedostatni 7, przed przedostatni 10, y tak daley w progressyi przez przewyżkę 3 rosnący. Pytam, wiele się temu należy, który pierwszy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 multiplikuję liczbę terminow 8 — 1, to iest 7; wychodzi produkt 21, przydawszy do niego termin najmniejszy 4, mam w pomienionej progressyi termin naywiększy 25. Tyle więc pierwszy nadgrody weźmie.

Ta reguła zasadza się na *Lem: III.*

Tymże samym sposobem dochodzi się iakokolwiek inszy termin zamierzony, czyto piąty, czy siódmy &c.

ZADANIE V.

19. Gdy będą dane termin naywiększy, liczba terminow y przewyżka, iak się termin najmniejszy wynayduie?

Dana przewyżka multiplikuje się przez liczbę

czbę terminow iednym zmniejszoną, a produkt odciągnąwszy od terminu naywiększego, wypadnie termin naymniejszy.

Przykład. Rzemieślnik podjął się pewney roboty, pod tą kondycją, aby mu codziennie pięć groszy przyczyniano nad płacą dnia pierwszego, do pokiby roboty niekończył. Robił więc dni 15, y wziął dnia ostatniego od roboty dzienney groszy 100. Pytam ile wziął dnia pierwszego?

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminow iednym zmniejszoną 15 — 1, to jest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu naywiększego 100, wypada mi naymniejszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania zarobił gr: 975. czyli zł: 32. gr: 15.

Ta reguła zasadza się na *Lem: III.*

§. 3.

O skoku prędkim czyli progressyi Geometryczney.

20. **K**Tore są *Lemmata*, na których się reguły Geometryczney progressyi zasadzają?

Dwa następujące:

Lemma I. W każdej progressyi Geometryczney, jeżeli dwa iakiekolwiek terminy między sobą rozmnożone będą, a produkt przez pierwszy termin progressyi podzielony będzie, za Wieloraz wypadnie termin tyle miejscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności zamykają w sobie wskazowniki razem wzięte obydwu terminow multiplikowanych.

Te zaś wskazowniki (*Indices*) nie co innego są, tylko liczby porządkiem naturalnym, pod każdą progresyją Geometryczney terminem napisane, zaczynając od cyfry; tak: 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. *Śc.* Y tak w następującej progresyji, napisawszy pod każdym terminem progresyji liczby naturalne, zaczynając od cyfry:

3. 6. 12. 24. 48. 96. *Śc.*
0. 1. 2. 3. 4. 5.

Jeżeli rozmnożę między sobą dwa ktorekolwiek terminy, n. p. 6 X 48, a produkt 288 podzielę przez termin pierwszy 3, będę miał za Wieloraz termin: 96, który w tej progresyji pięcią miejscami od pierwszego terminu jest odległy, iako wskazowniki moltiplikowanych przez się terminów $1 \times 4 = 5$ ukazują. Liczby więc te pod terminami skoku Geometrycznego położone, zowią się wskazujące, albo wskazowniki, bo nam wskazują, iak daleko każdy termin odległy jest od terminu pierwszego. Wskazują zaś mnieysze, czyli liczbę terminów jednością zmniejszoną. Tak: 48, których wskazownik jest 4, są piątym terminem progresyji. Na co pomnieć, wiele pomoże do kwestyi rozwiązywania.

Lemma II. W każdej progresyji Geometryczney podwoyney, największy termin wyjąwszy z niego pierwszy, równy jest wszystkiemu innym terminom razem wziętym. W progresyji zaś potroyny, największy termin wyjąwszy z niego pierwszy, jest dwa razy większy nad wszystkie inne terminy razem zebrane, *Śc.* Tak n. p. w tej progresyji: 1. 2. 4. 8. 16, odciągnawszy termin najmniejszy 1 od
nay-

naywiększego 16, zostało się 15. Te 15 równe są wszystkim terminom razem zniesionym: $1 + 2 + 4 + 8 = 15$.

ZADANIE I.

21. Gdy danych będzie kilka terminow progresyji Geometryczney, iak się znayduie termin naywiększy, albo inny ktorykolwiek, nie dochodząc nawet terminow średnich?

Reguła. Potrzeba dwa terminy albo y więcej w owej progresyji moltiplikować między sobą, ale takie, ktorychby wskazowniki wraz wzięte zamykały w sobie tyle iedności, iedną mniej, ile ich ma ta liczba, nad którą terminu szukam, a produkt ztąd wynikający, podzieliwszy przez termin pierwszy, wieloraz pokaże termin, którego szukam.

N. p. Niech będą dane następujące terminy progresyji Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160 &c.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

W ktorey progresyji chcę znaleźć termin szesnasty. Wskazownik tego terminu będzie 15, to jest liczba iednym mnieysza od miysca terminu zamierzonego.

Biorę więc n. p. termin szosty 160, którego wskazownik 5 dwa razy wzięty czyni 10. Moltiplikuję te 160 przez siebie same, to jest 160×160 , wypada produkt: 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz 5120 termin iedenasty, którego wskazownik jest 10. Ten iedenasty termin 5120, moltiplikuję znowu przez termin szosty 160, mający wskazownika 5, wychodzi

N2

pro-

produkt: 819.200, który podzieliwszy przez termin pierwszy, mam za wieloraz 163840 termin szesnasty, którego wskazownikiem będzie liczba 15, iednym mnieysza od miejsca terminu zamierzonego. Gdyż wskazownik $10 \div 5 = 15$. Mam więc termin szesnasty znaleziony 163840 z liczbą wskazującą czyli wskazownikiem 15.

Albo też tenże termin szesnasty tak wynduę: Biorę dwa terminy n. p. 40 y 160, pod ktoremi wskazowniki wraz wzięte czynią 8, to iest: $3 \div 5 = 8$, y rozmnożywszy 40 przez 160, a produkt 6400 przez pierwszy termin 5 podzieliwszy, będę miał termin osiny 1280 z wskazownikiem 8. Potym wynaleziony termin osmy 1280 multiplikuję przez 20, to iest przez termin trzeci, wypada produkt 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz iedenasty termin 5120 z wskazownikiem 10. Bo wskazownik $8 \div 2 = 10$. Naostatek ażebym miał termin szesnasty z wskazownikiem 15, termin iedenasty dopiero znaleziony 5120, multipliknię przez termin szesty 160, który pod sobą ma wskazownika 5, to iest 5120×160 , wychodzi produkt 819200, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz 163840, ukaże mi termin szesnasty z wskazującą liczbą 15.

Jeżeli ieszcze chcę szukać terminu dalszego w teyże samey progressyi, n. p. 29, multiplikuję termin iedenasty 5120 przez 163840 termin szesnasty, a produkt: 838860800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wypadnie termin 266ty: 16772160 z wskazownikiem 25. Bo wskazownik $10 \div 5 = 25$. Potym
wyna-

wynaleziony termin 26ty: 167772160 multiplikuję przez termin czwarty 40, który ma wskazownika 3. (termin bowiem 29ty powinien mieć wskazownika 28, a zaś $25 + 3 = 28$) po uczynionej multiplikacyi wypada produkt: 6710886400 , który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz: 1342177280 ukazuje mi termin 29ty teyże progresyi ze wskazownikiem 28. Tym sposobem znayduią się terminy choćby nayodlegleysze. Krótko mówiąc: toż samo jest szukać w daney progresyi terminu n. p. 54. co szukać terminu takiego, ktoregoby wskazownik był 53. jednym mnieyszy od miejsca terminu, ktorego szukam.

Ten drugi sposób, wynalezienia ktoregokolwiek w daney progresyi terminu, jest dokładniejszy y lepszy; bo pierwszy tę ma wadę, iż nie na każdy skok zamierzony fluży; gdyż czasem termin zamierzony przenosi, a czasem niedociąga. Doświadczający łatwo to poznać może.

Reguła ta zasadza się na *Lem: I.* Każdy bowiem wieloraz z multiplikacyi y dywizyi dwóch terminow wynikający, tylu miejscami odległy bydz powinien od terminu pierwszego, ile jedności zamykają w sobie wskazujące liczby, czyli wskazowniki razem wzięte, obydwa terminow między sobą multiplikowanych.

ZADANIE II.

22. Gdy będą dane termin naymnieyszy, naywiększy, y Mianownik progresyi Geometryczney, iak się wynayduie generalna summa wszystkich terminow?

N3

Od

Od terminu największego odciąga się najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez Mianownika progresyi iednym zmniejszonego, y do wieloraza przydawszy termin ostatni, wypadnie generalna summa wszystkich terminow razem zebranych.

Przykład. Przedaie kto konia na cztery nogi kowanego; nic więcej za niego nie chce, tylko zapłaty za same usnale, których się w podkowach znajduje 24. Ale w ten sposób: aby mu za pierwszy usnal dano 2 gr: za drugi gr: 4, za trzeci gr: 8, za czwarty 16, y tak daley w podwoyney progresyi Geometryczney. Pytam iaka summa gr: wypadnie za tego konia?

Znalastłszy ostatni termin w tey progresyi, przypadnie za ostatni czyli 24ty usnal groszy 16,777,216. Od tego więc ostatniego terminu w progresyi Geometryczney odciągam termin pierwszy 2, a resztę 16,777,214, podzieliwszy przez Mianownika iednym zmniejszonego, to jest przez 2 — 1; lecz że 1 liczb niedzieli, mam za wieloraz tęż samę summę: 16,777,214, do ktorey przydawszy ostatni w progresyi termin 16,777,216, wypadnie summa generalna groszy: 33,554,430, którą podzieliwszy przez 30 gr: będę miał cenę owego konia złotych 1.118.481.

Okazanie tey operacyi. W każdej progresyi Geometryczney, iak się ma Mianownik iednym zmniejszony do iednego, tak się ma największy termin najmniejszym terminem zmniejszony, do summy ze wszystkich terminow w progresyi zebranych, wyiawszy tenże sam termin ostatni. Tak n. p. dawszy następu-

stępującą progresyją Geometryczną w proporcji potrojney: 3. 9. 27. 81; będzie się miał Mianownik 3 iednym zmniejszony do 1, to jest: 2. 1. iak się ma termin największy zmniejszony terminem najmniejszym, to jest: 81 — 3 = 78, do całej summy progresyi, wyławszy tenże sam ostatni termin, to jest do 3 + 9 + 27 = 39.

2. 1 :: 78. 39.

Zaczym podzieliwszy 78 przez 2, mam 39; do tych 39 dodawszy ostatni termin 81, mam 120, sumnę wszystkich terminow w owej progresyi będących.

23. W progresyi Geometryczney podwojney iak łatwiey y krocey sumnę znaleźć można?

Znayduie się łatwo tym sposobem: Ostatni termin podwajam, a od produktu odciągam termin pierwszy. Tak w wspomnionym o ufnalach przykladzie, termin ostatni 16,777,216 podwoiwszy, a od produktu termin pierwszy 2 odciągnawszy, mam sumnę gr: też samę, co y pierwey: 33,554,430, czyli zł: 1,118,481.

Przyczyna tego ta jest oczywista: iż w tey mierze Mianownik 2 iednym zmniejszony jest 1, ktore liczby dzielić nie może. Zaczym dodać do wieloraza ostatni termin, jest to, wziąć go dwa razy, czyli podwoić.

Na wynaydowanie najmniejszego terminu, liczby terminow y Mianownika, czyli względu między terminami zachodzącego, niekładziemy sposobu, ani reguł; gdyż prawie zawsze termin najmniejszy y liczba terminow w progresyi Geometryczney wiadome dają się; a na wynalezienie pospolitego Mianowni-

ka, czyli względu między terminami zachodzącego, sposób już wyżej podaliśmy, mówiąc w powszechności o progresyi Geometryczney.

§. 4.

Zamyka w sobie niektóre ciekawe przykłady, które się przez progresyję rozwiązuja.

I. Przykłady na progresyją Arytmetyczną.

1. Rzemieślnik pewny skończywszy znaczne dzieło za dni 30, odebrał umowioną nadgodę; y spytany od przyjaciela, ileby zyskał, odpowiedział: iż pierwszego dnia wziął złoty 1, drugiego 5, y tak daley w progresyi Arytmetyczney. Pytam się, ile wziął dnia ostatniego, y wiele przez wszystkie dni zyskał?

Znaląwszy termin ostatni, mam dnia ostatniego placą złotych 117. A znalazłszy sumnę wszystkich terminow, mam cały jego zarobek złotych 1770.

II. Hetman pewny zdobycz przy dobytciu Miasta wziętą, każe dzielić między 40 żołnierzy, którzy pierwsi wpadli do fortocy, z tą kondycyą: ażeby ostatni wziął zł: 100, przedostatni złot: 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progresyi z przewyżką 30. Pytam ile pierwszemu z nich dostało się?

Termin największy jest 1270; tyle więc temu dostało się, który pierwszy wszedł do fortocy.

III. Zakupił księgarz pewną liczbę ksiąg, tak: iż za pierwszą księgę dał gr: 2, za drugą gr: 4, za trzecią 6, y tak daley w progresyi przez 2 rosnącey; za ostatnią księgę zapłacił gr: 400. Pytam ile wszystkich ksiąg kupił?

Zna-

Znalazłszy liczbę terminow, mam 200 książek, które księgarz zakupił.

IV. Pan pewny mocno zachorowawszy, dał pewną kwotę pieniędzy, aby w ten sposób między ubogich rozdane były: dnia pierwszego choroby 1 zł.; drugiego 4, trzeciego 7, y tak dalej codzień trzema złotemi więcej. Ostatnim razem dano zł: 28. Po rozdaniu wszystkich pieniędzy przychodzi Pan do zdrowia. Pytam, ile dni chorował?

Znalazłszy liczbę terminow, mam 10 dni, przez ktore ow Pan chorował; wszystkich zaś pieniędzy wydano złotych: 145.

V. Chcę wiedzieć iak wielka jest summa wszystkich minut, rachując od godziny pierwszej do godziny 12, w progressyi przez przewyżkę 60 rosnącej?

Terminy tak stać będą: najmniejszy jest 60. 120. 180. 240. &c. Ostatni termin jest 720. Summa więc wszystkich minut jest ta: 4680.

VI. Pewny kazał sobie kopać studnię na sążni 16, y obiecał Grabarzowi płacić za pierwszy sążeń gr: 25, za drugi 40, y tak dalej postępując przez przewyżkę 15stu groszy. Pytam, ile owa studnia kosztować będzie?

Szukam nayprzod terminu naywiększego, y mam 250, potym summy, ktora wypada 2200 gr: albo zł: 73. y gr: 10. Tyle więc owa studnia ma go kosztować.

II. Przykłady na progressyą Geometryczną.

I. Pan mający roczney intraty milion złotych Polskich, chce arędownać drugiemu wszystkie dobra, z tym tylko warunkiem; ażeby mu co rok za ieden cały miesiąc wypłacił arędę, za pier-

pierwszy dzień zł: 1, za drugi zł: 2, za trzeci zł: 4, y tak daley w progresyi podwoyney Geometryczney, aż do dnia 30stego. Pytam ile wyniesie summa, którąby za cały miesiąc w jednym roku wypłacić potrzeba?

Znaląwszy ostatni termin 30sty: 536870912, łatwo znajdnie sumę za cały miesiąc zlot:

Polskich: 1,073,741,823.

II. Scheramus Krol Indyi pewnemu Indy-
czykowi imieniem Dahir, który wynalazł grę
Szachow, dał na wolą obrania sobie jakieby
chciał nadgrody. On o nic więcej nieprosił,
tylko ażeby mu jedno ziarno pszenicy na pier-
wszym kwadracie w Szachownicy położone,
w proporcji Geometryczney podwoyney na
każdy kwadrat dawano, aż do ostatniego, to
jest do 64 kwadratu. Bardzo mała nadgroda
zdała się być Krolowi; lecz gdy Arytmetycy
w rachunek pszenicy weszli, pokazało się, że
ani w Państwie owego Krola, ani na całym
świecie, tak wiele pszenicy znaleźć się nie mo-
że, to jest ziarn: 18,446,744,073,709,551,615.

§. 5.

O skoku liczb cudownym, czyli o Regule kombinacyi.

24. Co jest reguła kombinacyi?

Reguła kombinacyi jest ta, która uczy wie-
le razy rzeczy jakie mogą odmieniać miejsce
swoie, czyli porządek. Bywa używana w mie-
szaniu liter, słow, w rozsadzaniu Gości, iako y
w szukaniu Anagrammatow iakiego słowa. (q)

25.

[q] Anagramma jest to słowo z inszego zrobione,
liter bynajmniej nie opuszczając, lecz tylko przerzu-

25. Jak tedy poznać można, wiele razy rzecz iaka miejsce swoje odmienić może?

Następującym sposobem: Jle jest rzeczy, tyle piszę naturalnym porządkiem liczb, zaczynając zawsze od 1; potem multiplikuję produkt liczby poprzedzającej, przez liczbę następującą w rzędzie nieprzerwanym zostającą, &c. Przykłady rzecz tę lepiej objaśnią.

N. p. Chcę wiedzieć wiele razy 8 mogą się odmieniać? Piszę więc liczby tak:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
2. 6. 24. 120. 720. 5040. 40320.

Rozmnażam najprzód 1 przez 2, y piszę je pod 2; te zaś 2 rozmnażam przez następującą liczbę 3 w rzędzie naturalnym będącą, wychodzi 6, które piszę pod 3, y tyle razy trzy odmieniać się mogą. Potem 6 przez następującą liczbę 4 rozmnażam, a produkt 24 piszę pod 4, y tyle razy miejsce swoje odmieniają 4. Toż 24 rozmnażam przez następującą u wierzchu liczbę 5, a produkt 120 piszę pod 5. To tedy 5 może miejsce odmienić 120 razy; y tak daley postępować trzeba przez multiplikacyą. Krótko mówiąc: produkt każdy pod liczbą naturalną postawiony, pakazuje, wiele razy liczba owa, lub rzecz odmienić się może.

Przykład 1. Chcę wiedzieć wiele razy 4 Osoby mogą inszym a inszym porządkiem usieść?

Wypada, iak wyżej pod 4, produkt 24. Tyle więc razy te 4 Osoby coraz inszym porządkiem usieść mogą. Oto dowód tego na literach: m. d. c. b.

m d c b

cając. N. p. Jan, *anagramma* ani; Masło, *anagr.* Słoma, Roża *anagr.* oraz &c.

m d c b	d m c b	c m d b	b m d c
m d b c	d m b c	c m b d	b m c d
m c d b	d c m b	c d m b	b d m c
m c b d	d c b m	c d b m	b d c m
m b d c	d b m c	c b m d	b c m d
m b c d	d b c m	c b d m	b c d m

Dwadzieścia cztery razy.

Sześć zaś Osob mogłyby inakszym zawsze sposobem siadać do stołu 720 razy, iak wyżej masz pod liczbami naturalnemi.

Przykład II. Chcę wiedzieć z 10 kwiatow wiele razy wionek uwić można, co raz inakszym a inakszym sposobem?

Pod liczbą 10 wypadnie produkt: 3628800. Więc tyle razy z 10 kwiatow wionek ow co raz inaczey a inaczey odmieniając, y przerzucając kwiaty, wić można.

Jeżeli zaś chcę wiedzieć, wiele razy parzyć się mogą rzeczy iakie z sobą, następujące pytanie sposob ukaże.

26. Jak dochodzić potrzeba wiele razy mogą się parzyć dane rzeczy?

Tym sposobem: Daną liczbę rzeczy rozmnażam przez najbliższą mnieyszą, produktu połowica ukaże liczbę par.

N. p. Niech będzie Osob 6, ktore chcę parzyć z sobą co raz inaczey. Pytam wiele par różnych mieć mogą?

Rozmnażam tedy 6 przez 5 liczbę najbliższą mnieyszą od sześciu, produktu 30, połowica 15 pokazuje, iż Osob 6, 15 razy parzyć się mogą, tak aby żaden dwa razy nie był z drugim; iak widzieć można w literach:

Sześciu liter A. B. C. D. E. F. parzenie.

AB.	BC.	CD.	DE.	EF.
AC.	BD.	CE.	DF.	
AD.	BE.	CF.		
AE.	BF.			
AF.				

15 razy.

Bo w pierwszej kolumnie jest par 5, w drugiej 4, w trzeciej 3, w czwartej 2, w piątej 1, które dodawszy: $5 + 4 + 3 + 2 + 1$ uczynią 15.

PRZYDATET UZYTECZNY.

Sposob łatwy redukowania Czerwonych złotych po złot: 16. gr: 22 y $\frac{1}{2}$.

Chcę n. p. sprowadzić Czer: złotych 20 na złote.

Nayprzod do danych Cz: zł: 20, dodaę
o, będzie - - - 200.
Powtore biorę tey liczby połowę - 100.
Potrzebie pişę dane do zredukowania 20.
Poczwarę biorę połowę dwudziestu - 10.
Popięte biorę połowę dziesięciu - - 5.

Podkryślam

Dodaę te liczby, wypada - - 335.

Przykład drugi. Chcę ieden Czerw: złoty sprowadzić na złote.

Dodaę o, będzie - - - 10.
Biorę tey liczby połowę - 5.
Dany Czerw: zł: pişę - 1.
Połowa iednego - - - 15.
Połowa połowy - - - 7 $\frac{1}{2}$.

Dodaę te pięć liczb, będzie zł: 16. gr: 22 y $\frac{1}{2}$.

Ten przykład ukazuje oczywiście niezawodność tego sposobu.

Ponie-

Ponieważ pierwsze trzy liczby wyższe oznaczają rozmnożenie dan: Czerw: złotyca przez 16, więc można także dane Czerw: zł: pomnożyć przez 16, a do tego produktu dodać najprzód połowę, potem tey połowy połowę, wypadnie cały produkt.

N. p. Mam redukować 4 Czerw: złote:

Pilzę

Rozmnażam przez 16 - - - - - 16

Mam produkt - - - - - 64

Do produktu kładę połowę czterech - - - - - 2

Znomu tey połowy połowę - - - - - 1

Dodaę te trzy liczby, będzie: - - - - - 67

Co jedno jest iakbym pierwszym sposobem rozmnażał; doświadczający uznać to musi.

Niezawodność tego sposobu tak się okazuje. Aby dobrze zredukować Czerw: złote po złot: 16, gr: 22 y $\frac{1}{2}$, trzeba dane do sprowadzenia Czerw: złot: pomnażać przez złot: 16, gr: 22 y $\frac{1}{2}$; Otoż takoważ odprawia się multiplikacya pomienionym sposobem. *Najprzód*. Kiedy dodaę 0, jedno jest iakbym ten 1 rozmnażał przez 10, więc już mam dany do redukcji Cz: zł: 1 rozmnożony przez dziesięć. *Powtore* Kiedy biorę tey liczby, do ktorej się dodało 0, to jest 10, połowę, będzie 5, jedno jest iakbym Czerw: zł: rozmnażał przez 15, bo dodawszy do 10 pięć, czyni 15. *Potrzebie*. Kiedy kładę dane Czerw: zł: iak w drugim przykładzie 1, jedno jest, iakbym ten pierwszy 1 z cyfrą pomnażał przez 16, ponieważ do 10 dodawszy pięć, y jedno, uczyni 16; Wieg już mam w tych trzech liczbach rozmnożny Czerw: zł: przez 16. Trzeba jeszcze

roz-

